先駆的科学計算に関するフォーラム2013
～GPGPU & 先端的計算科学研究プロジェクト成果報告～
2013.4.25-26

沿岸構造物におけるFEM-SPH法による大規模シミュレーション

荻野正雄 (名大・情), 浅井光輝 (九大・工),
田上大助 (九大・IMI), 渡部善隆 (九大・情)

研究目的

- 総合的な防災・減災対策にはインフラの災害耐性強化が重要
- 流体衝撃力を見積もり, 安全・安心な構造物を

山間部での土石流

沿岸域での津波

成果の概要

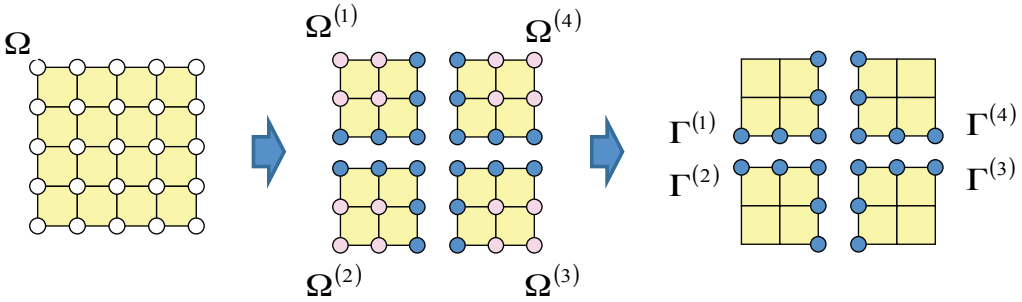
- 有限要素解析(FEM)による大規模耐震解析
  - 異種材料混在性に対する反復法の収束性改善
  - 並列オフライン描画によるポスト処理効率化
- 粒子法(SPH)による大規模津波解析
  - 緩和パラメータや乱流モデル導入によるSPH法の安定化
  - 構造物・海底を含む高精度な地形モデル構築
- FEM-SPH連成解析
  - SPHによる橋桁への流体力評価

DDMによる並列有限要素解析

- 大規模解析には反復法(共役勾配法等)が有効
- スパコン向け反復法
  - 数万～数十万ノード, ノードは高い演算性能
  - 高い収束性と粗い粒度並列性

- 領域分割法(DDM)
  - メッシュをNon-overlapped型で分割
  - Schur補元による行列ベクトル積の演算量増加 (粗粒度)
  - 2-grid型coarse grid修正のBDD前処理法 (高い収束性)

DDMに基づくAx=bの解法



$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 解くべき式 (Aは大規模で疎な行列)

$$\begin{bmatrix} A_{II}^{(1)} & & 0 & A_{IB}^{(1)}R_B^{(1)} \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & A_{II}^{(N)} & A_{IB}^{(N)}R_B^{(N)} \\ R_B^{(1)T}A_{IB}^{(1)T} & \cdots & R_B^{(N)T}A_{IB}^{(N)T} & \sum R_B^{(i)T}A_{BB}^{(i)}R_B^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I^{(1)} \\ \vdots \\ x_I^{(N)} \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_I^{(1)} \\ \vdots \\ b_I^{(N)} \\ b_B \end{bmatrix}$$

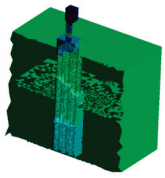
領域分割情報で並び替え
(I) 独立計算可能な部分
(B) 袖領域

Schur補元に基づいて式を(I)と(B)に分割

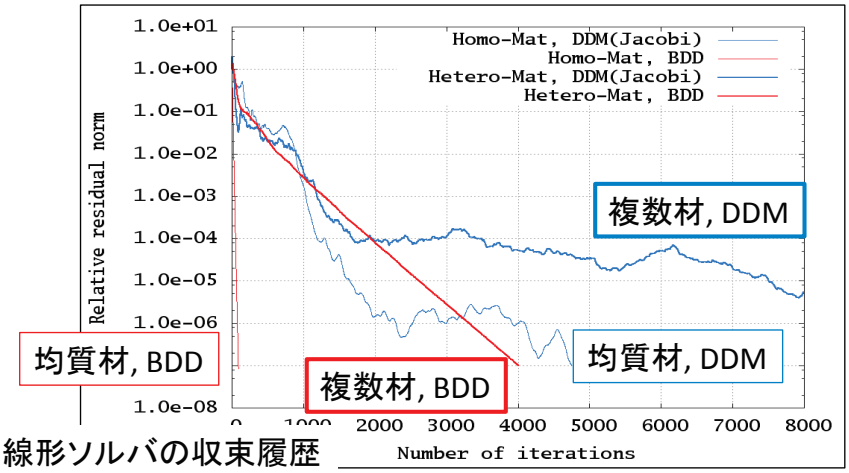
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} R_B^{(i)T}\left(A_{BB}^{(i)} - A_{IB}^{(i)T}A_{II}^{(i)-1}A_{IB}^{(i)}\right)R_B^{(i)}x_B = \sum_{i=1}^{N} R_B^{(i)T}\left(b_B^{(i)} - A_{IB}^{(i)T}A_{II}^{(i)-1}b_I^{(i)}\right) & \text{on } \bigcup_{i=1}^{N}\Gamma^{(i)} \\ x_I^{(i)} = A_{II}^{(i)-1}\left(b_I^{(i)} - A_{IB}^{(i)}R_B^{(i)}x_B\right) & \text{in } \Omega^{(i)} \setminus \Gamma^{(i)},\ i = 1,\ldots,N \end{cases}$$

複数材料モデルに適した線形ソルバ開発 (1)

- 弾塑性解析システムADVENTURE_Solid
  - 線形ソルバ: バランシング領域分割法(BDD)
  - 分野4の大型発電プラント解析等でも利用実績
- RC橋脚+地盤モデル (岡澤先生@広島大学)
  - 物性値が大きく異なる, かつ, メッシュ規模の大きい材料が混在
  - ヤング率の最大/最小比: 約2,000



橋脚1本モデル



線形ソルバの収束履歴

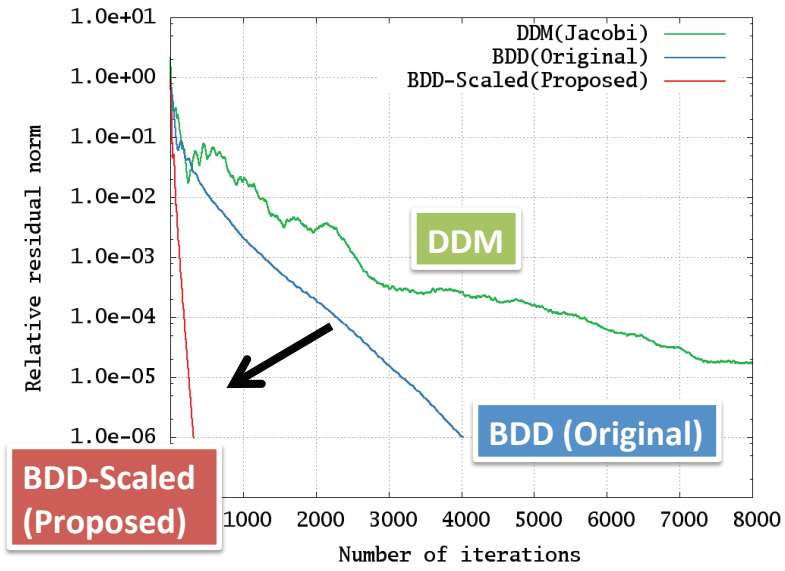
「自分たち」の「大規模」な「実モデル」になってソルバの問題が明らかに

ソルバの改良

複数材料モデルに適した線形ソルバ開発 (2)

調査の結果, アルゴリズム途中に含まれる近似処理の改善が必要と判明
→ 近似方法を改善した新しいアルゴリズムを開発

$$T_{N-N} = \sum_{i=1}^{N} D^{(i)}\left(S^{(i)} + \alpha \cdot \max S_{kk}^{(i)} \cdot I\right)^{-1} D^{(i)T} \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} D^{(i)}\left(S^{(i)} + \alpha \cdot P_B^{(i)} P_B^{(i)T}\right)^{-1} D^{(i)T}$$



RC橋脚4本+地盤モデルにおける収束履歴

反復回数と計算時間

	# Iter.	Time [s]
DDM	18,508	1,571
BDD	4,023	1,581
BDD-Scaled	321	171

収束性及び計算時間の大幅改善に成功

粒子法における基礎式（強形式）

Lagrange記述へ

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} b_i$$

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij} \qquad D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla \cdot \left(\frac{\mu}{\rho}\nabla v\right) + \frac{1}{\rho} b$$

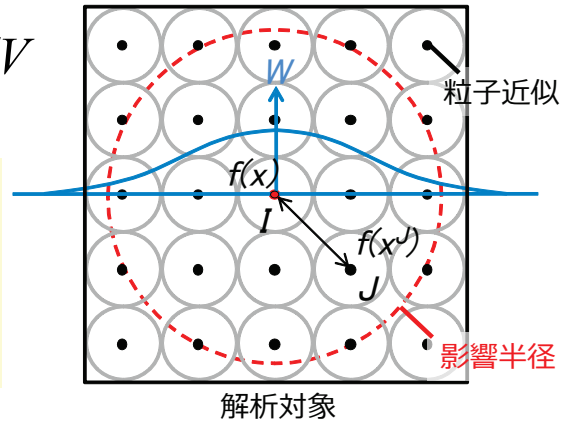
SPH法の基礎概念 (粒子離散化)

Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH)
物体を有限個の粒子に離散化し、その任意の点の物理量を近傍粒子の物理量の重みつき平均として近似

$$f(x)=\int f(x^J)W(x-x^J,h)dV$$

$$f(x)\approx\sum_{J=1}^{N}\frac{m^J}{\rho^J}f(x^J)W(x-x^J,h)$$

対象粒子(*i*)の物理量　近傍粒子(*j*)の物理量　粒子間距離　重み関数



<主な計算手順>
① 近傍粒子検索（各粒子Iに対するI-Jのペアとその総数N）
② 重み関数の形状
③ 独立変数の更新方法

③ナビエストークス方程式の粒子離散化

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nabla\cdot\left(\frac{\mu}{\rho}\nabla\boldsymbol{v}\right)+\frac{1}{\rho}\boldsymbol{b}$$

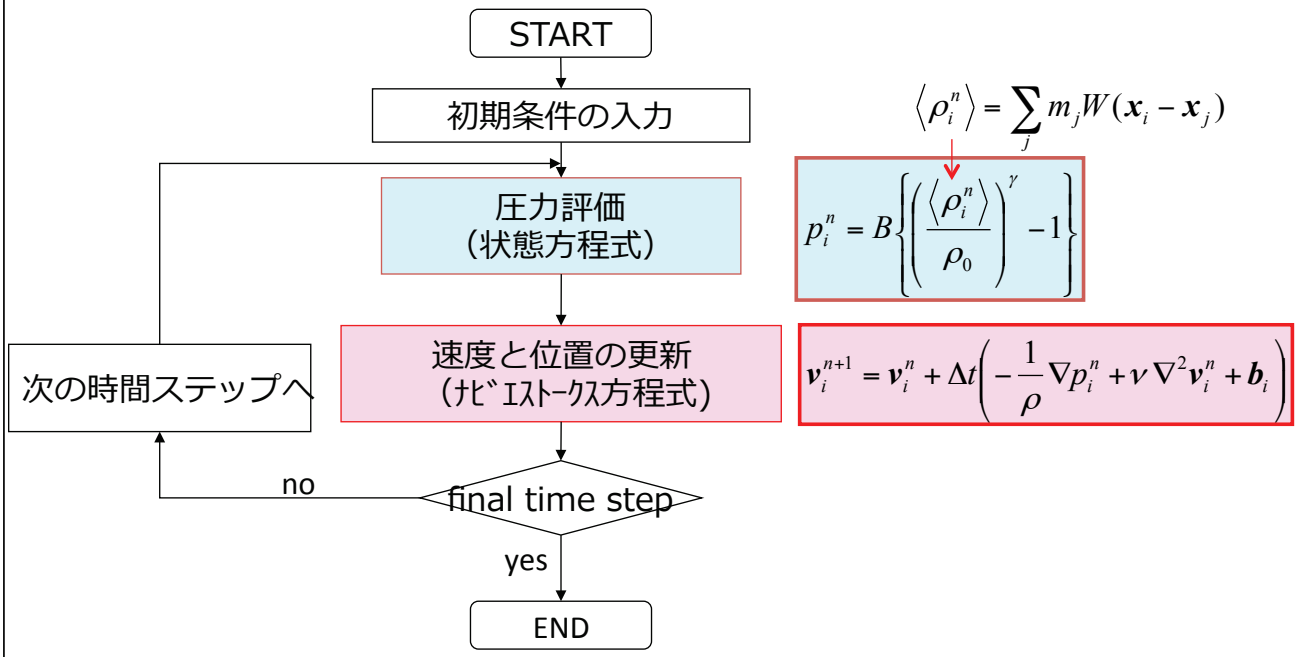
前進差分　圧力勾配　速度のラプラシアン

$$\frac{\boldsymbol{v}_i^{n+1}-\boldsymbol{v}_i^n}{\Delta t}=-\sum_j m_j\left(\frac{p_j}{\rho_j^2}+\frac{p_i}{\rho_i^2}\right)\nabla W(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j)+\sum_j m_j\left(8\frac{\nu_i+\nu_j}{\rho_i+\rho_j}\frac{\left(\boldsymbol{v}_i^n-\boldsymbol{v}_j^n\right)\cdot\left(\boldsymbol{x}_i^n-\boldsymbol{x}_j^n\right)}{\left|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j\right|^2}\right)\nabla W+\frac{1}{\rho}\boldsymbol{b}_i$$

Keypoint: 変数（***v,p***）自身にはSPHの粒子近似を用いていない
(SPH法の基本は重みつき平均であるが、粒子点の物理量をそのまま独立として考える。)

変数である***v,p***の更新方法(時間積分)が問題！

③古典的SPH法（完全陽解法）



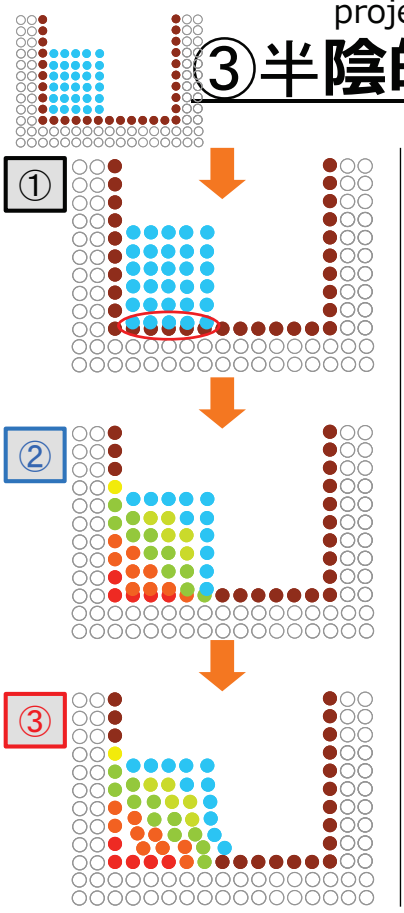
$$\langle \rho_i^n \rangle = \sum_j m_j W(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)$$

$$p_i^n = B\left\{\left(\frac{\langle \rho_i^n \rangle}{\rho_0}\right)^{\gamma} - 1\right\}$$

$$\boldsymbol{v}_i^{n+1} = \boldsymbol{v}_i^n + \Delta t\left(-\frac{1}{\rho}\nabla p_i^n + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v}_i^n + \boldsymbol{b}_i\right)$$

projection法による

③半陰的SPH法(ISPH)＝MPS



非圧縮性NS方程式

$$\boldsymbol{v}_i^{n+1} = \boldsymbol{v}_i^n + \Delta t\left(-\frac{1}{\rho}\nabla p_i^n + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v}_i^n + \boldsymbol{b}_i\right)$$

① predictor step

$$\boldsymbol{v}_i^* = \boldsymbol{v}_i^n + \Delta t\left(\nu \nabla^2 \boldsymbol{v}_i^n + \boldsymbol{b}_i\right)$$

圧力勾配項を除いたNS式から
仮の速度を導出

② pressure evaluation

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla \cdot \boldsymbol{v}^*$$

⇐ 質量保存則 $\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0$

ポアソン方程式から
圧力の導出

③ corrector

$$\boldsymbol{v}_i^{n+1} = \boldsymbol{v}_i^* - \Delta t\left(\frac{1}{\rho}\nabla p^{n+1}\right)$$

③ISPHの安定化手法

② pressure evaluation

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^*$$

⇐ 質量保存則

非圧縮性

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0$$

速度発散ゼロ条件による定式化	密度一定条件による定式化
$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho_0}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^*$	$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho_0 - \rho}{\Delta t^2}$
S.J. Cummins and M. Rudman, An SPH projection method, *Journal Computational Physics*, Vol.152(2), pp.584-607, 1999	A. Khayyer, H. Gotoh and S. Shao, Corrected incompressible SPH method for urate water-surface tracking in breaking waves, *Coastal Engineering*, Vol.55,pp. 236-250, 2008
圧力分布 ○	圧力分布 ▲
体積保存性 ▲	体積保存性 ○

安定化ISPH法 $\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho_0}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^* + \alpha\frac{\rho_0 - \rho}{\Delta t^2}$

長期安定性
(=粒子の均等配置)

緩和パラメータ：α $(0 \le \alpha \le 1)$

乱流モデル導入による流れの安定化

Large Eddy Simulation(LES)

乱れの影響を渦粘性係数として評価する乱流モデル

$$\nu_t = C_s^2 L_m^2 S$$

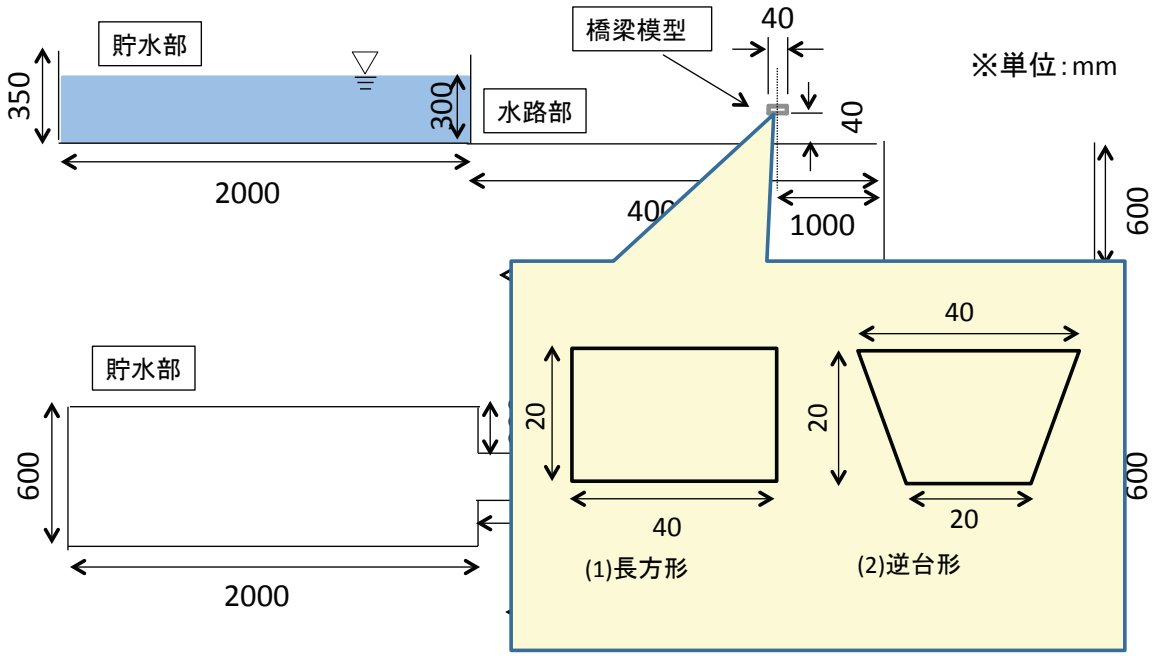
$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$　　$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$

C_s ：0.2（Smagorinsky定数）

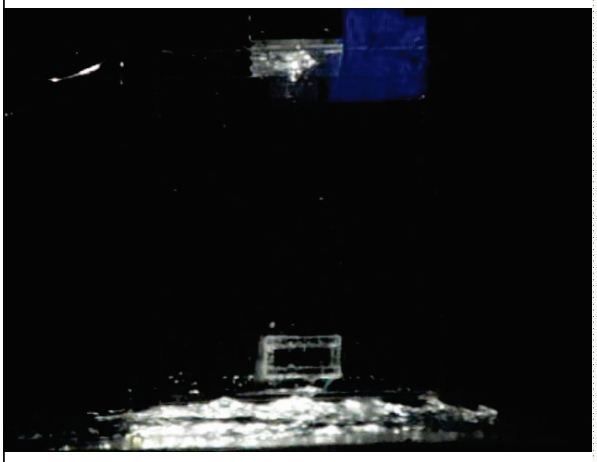
L_m ：初期粒子間隔

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho^0}\nabla P + (\nu + \nu_t)\nabla^2\boldsymbol{u} + \boldsymbol{g}$$

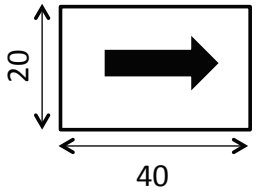
橋桁への流体力評価（立命館大学：伊津野，中尾）

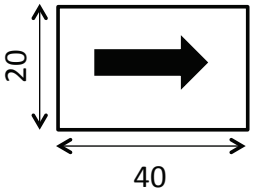


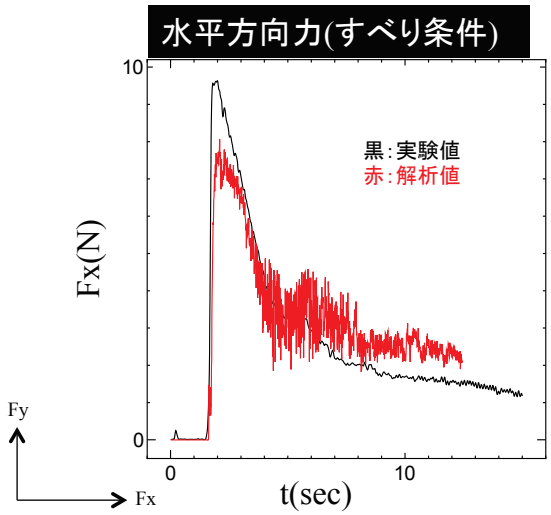
実験結果と解析結果（長方形）

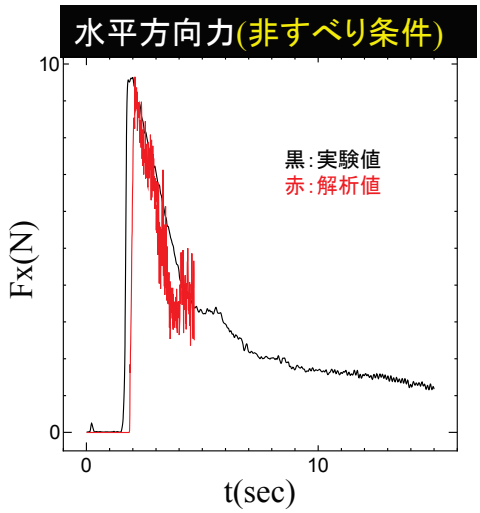


長方形断面結果

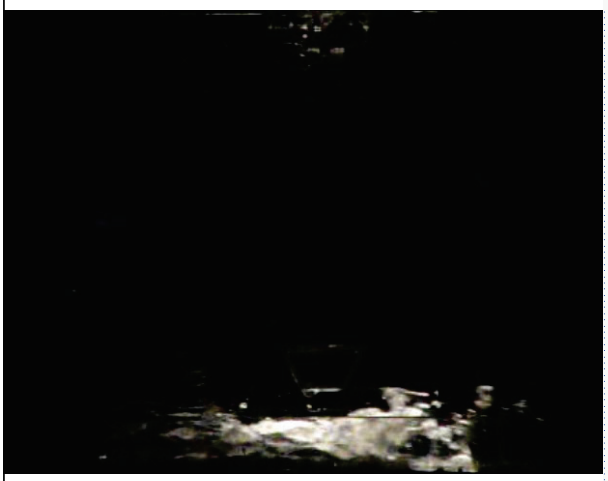


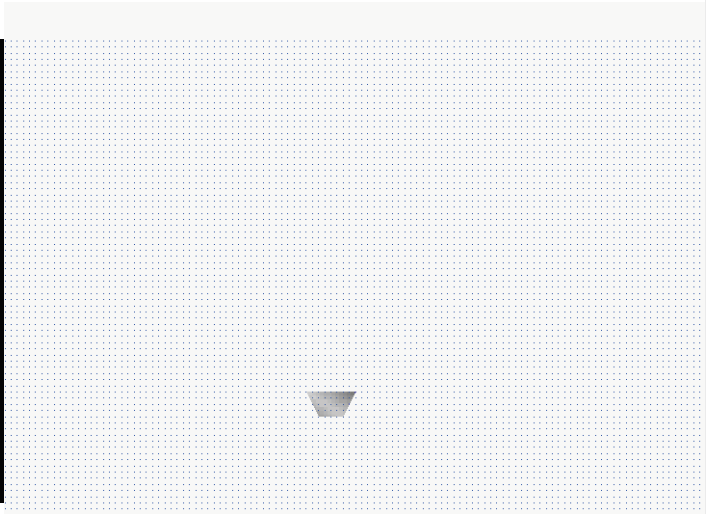




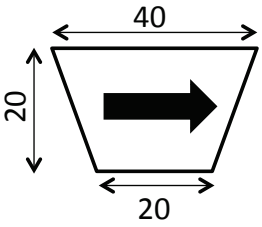


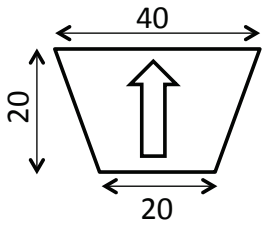
実験結果と解析結果(逆台形)

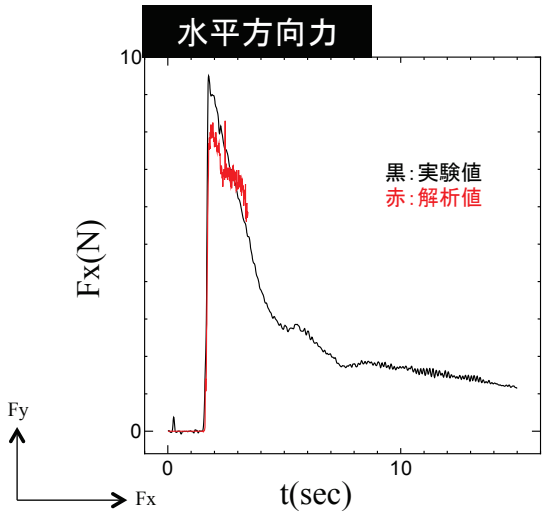


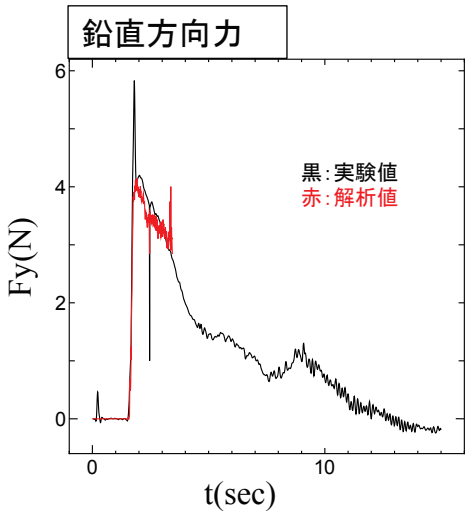


逆台形断面結果(すべり条件)

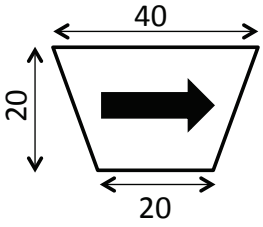


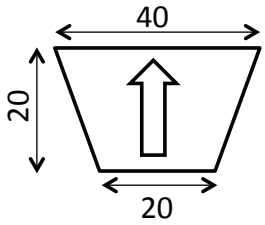


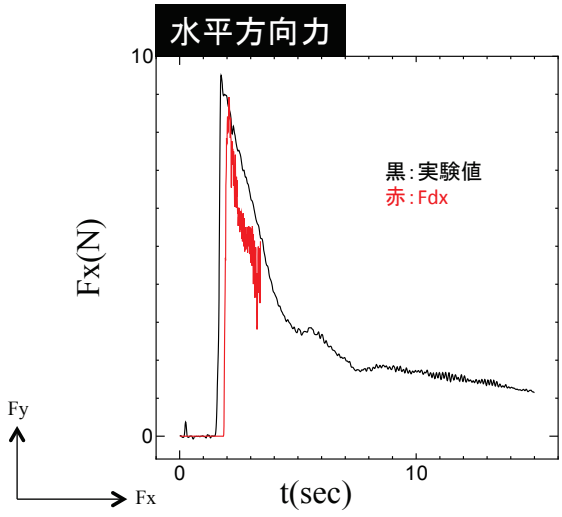


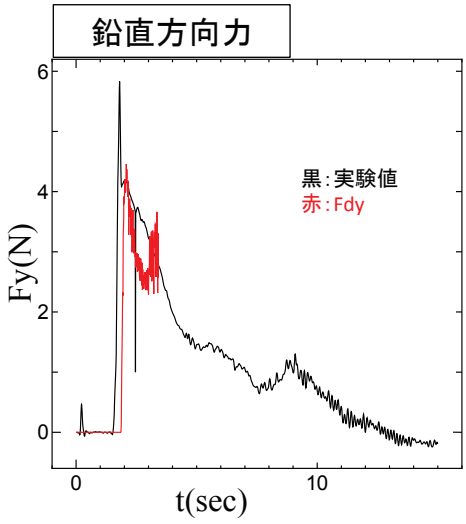


逆台形断面結果(非すべり条件)

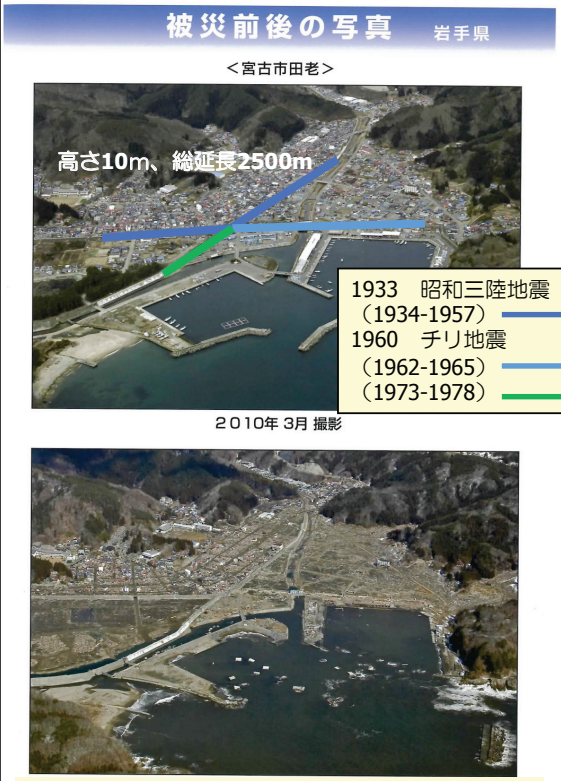


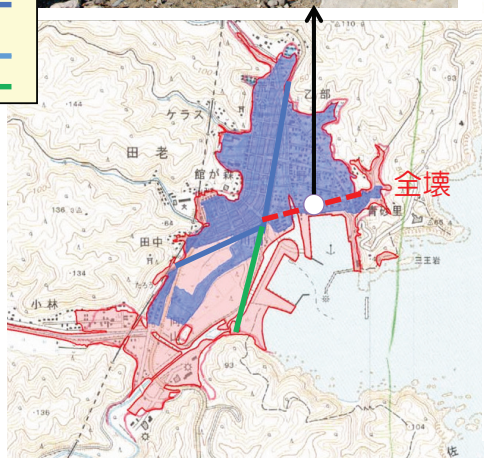






田老地区での被災状況





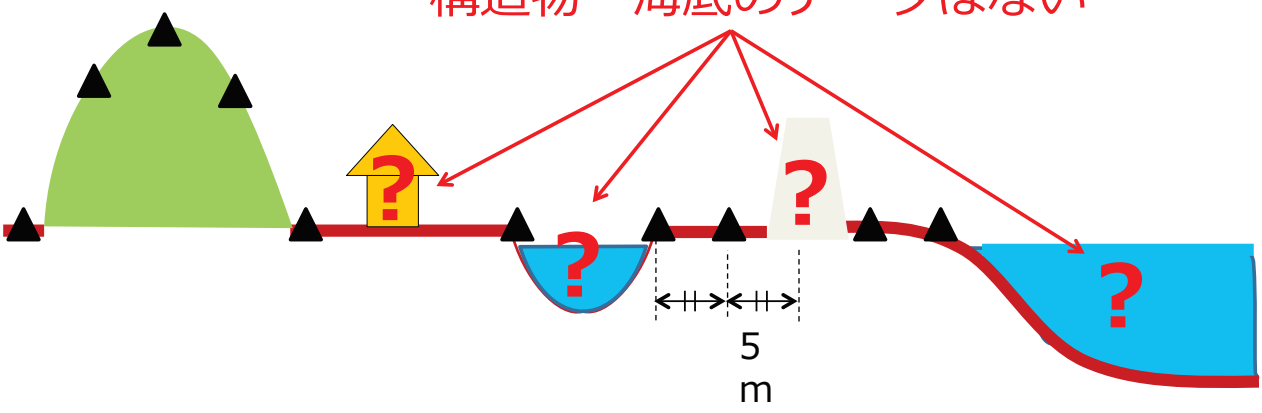
社団法人　東北建設協会「東日本大震災支援活動」

地形の復元（従来の技術）

市販されている標高数値データ

国土地理院5mメッシュ標高数値データ

構造物・海底のデータはない



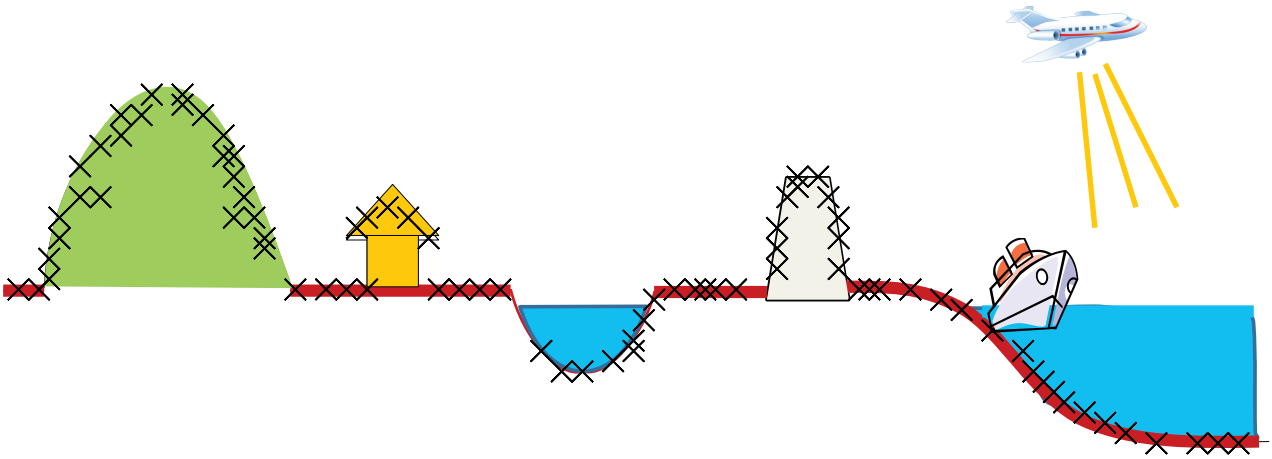
高精度な地形の復元

岩手県県土整備部河川課
株)防災技術コンサルタント　よりデータ提供

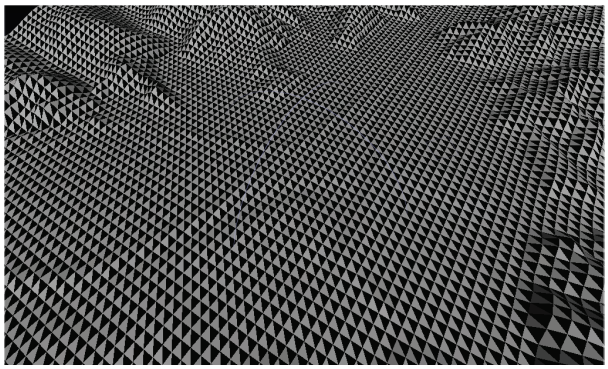
<手順>
①航空測量データ
②平面データ作成
③粒子発生

航空レーザ測量 ＋ 深浅測量
地上のデータ（約1m間隔）　海底のデータ

航空機から地上にレーザを照射し、反射波を観測

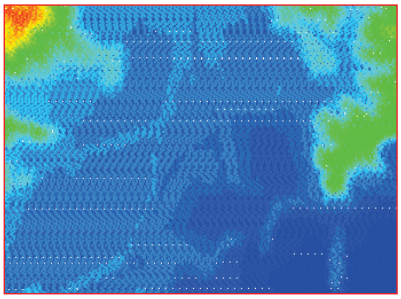


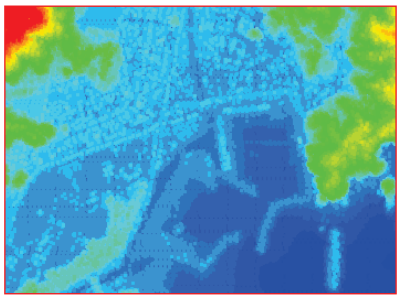
地形復元精度の改善



これまでのデータ

改善した地形モデル





10mの解像度

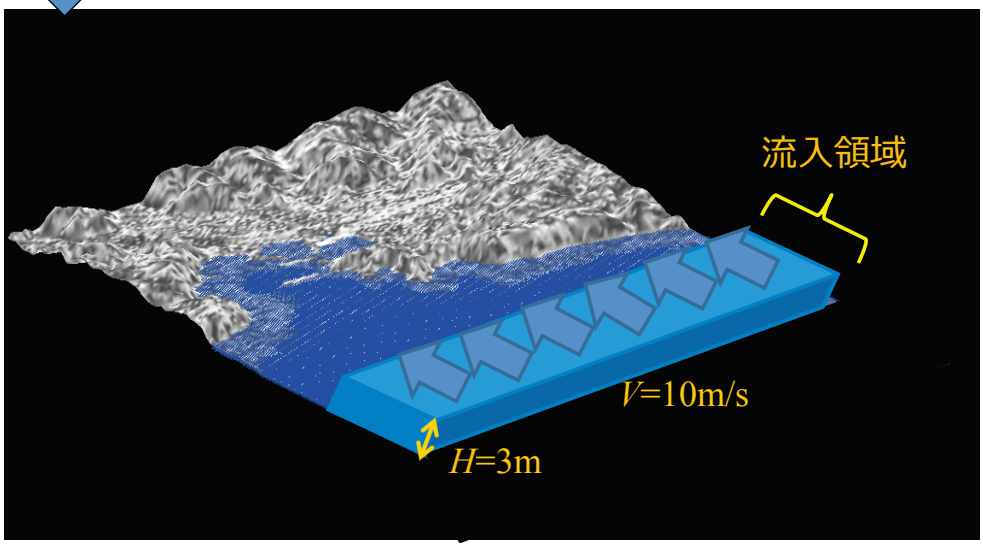
カラーコンター：標高

1mの解像度

田老町の津波遡上解析例(3D-粒子法)

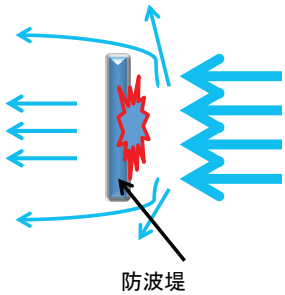
岩手県・(株)防災技術コンサルタント
→航空測量データを提供

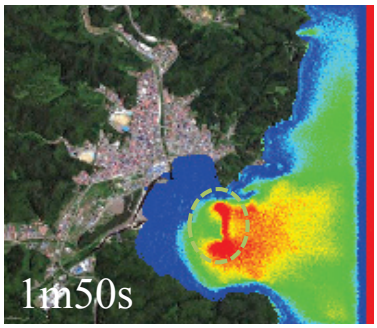
4m間隔で粒子を発生＝1000万粒子



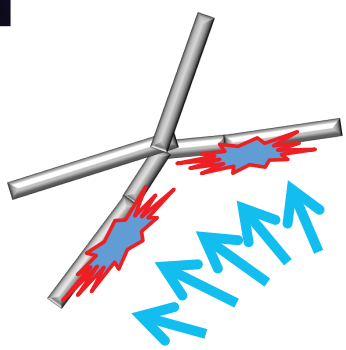
解析結果の考察

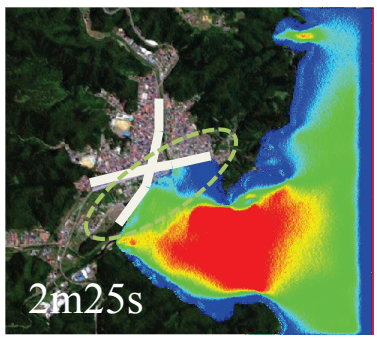
①防波堤によって、左向きの速度が減少している

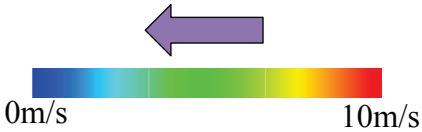




②防波堤により浸水が一時的にせき止められている



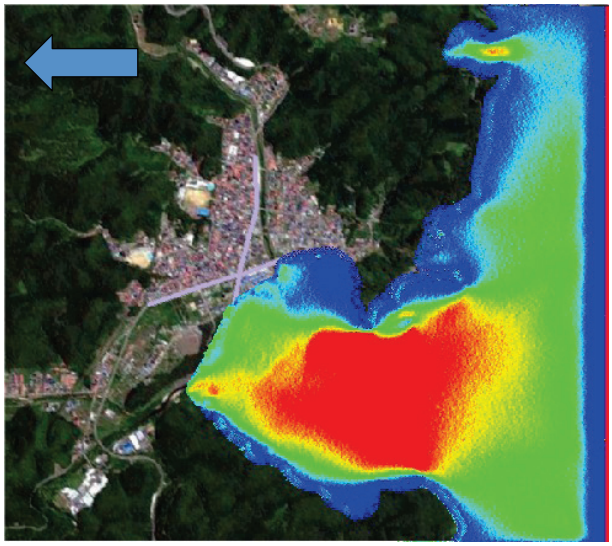




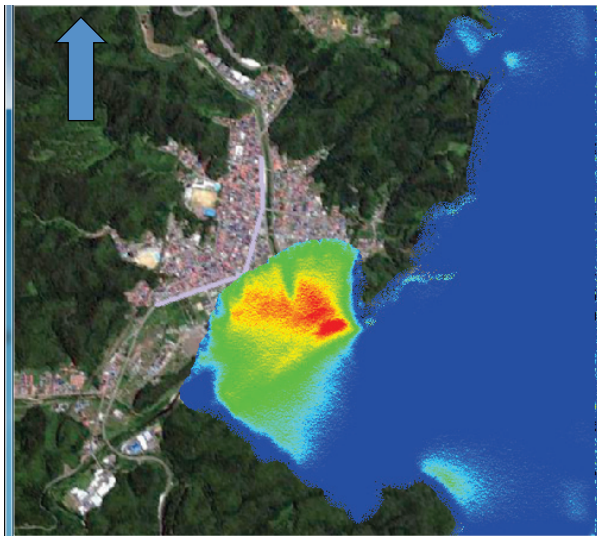
カラーコンター：左向きの速度

北側の第1線堤の破壊の原因

左向きの流速



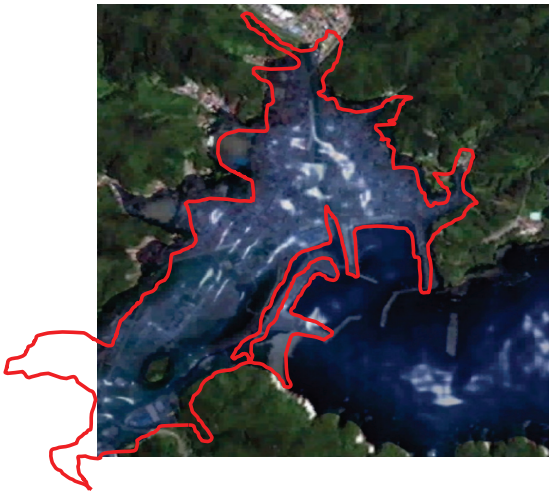
上向きの流速



0m/s　　10m/s

災害調査結果との比較検討

Simulation result



disaster **investigation report**

RED：tsunami inundated zone
BLUE：serious damage zone

今後の課題

- 計算対象をより現実的に
  - 砂・礫などの影響 (密度の異なる流体の混相流)
  - 漂流する固体・ガレキの表現 (流体構造連成)
  - 流体衝撃力を入力したインフラの災害耐性評価
- FEM
  - 境界の時間的変化への対応
  - 複数構造物解析の効率化
- 粒子法
  - 並列効率の改善 (動的負荷分散)
  - 可変な影響半径 (アダプティブ粒子法)
  - 流入条件の高精度化 (広域解析との連成)