

# 大規模分散メモリ並列MPS法の開発と 市街地浸水津波解析

- 開催日 2014年8月5日(火)-8月6日(水)
- 会場 福岡市博多区 リファレンス駅東ビル 5階 会議室V-2

室谷 浩平 (東京大学)

# 目次

- MPS陽解法
- 並列計算
- 津波解析
- MPS陽解法とMPS半陰解法の比較

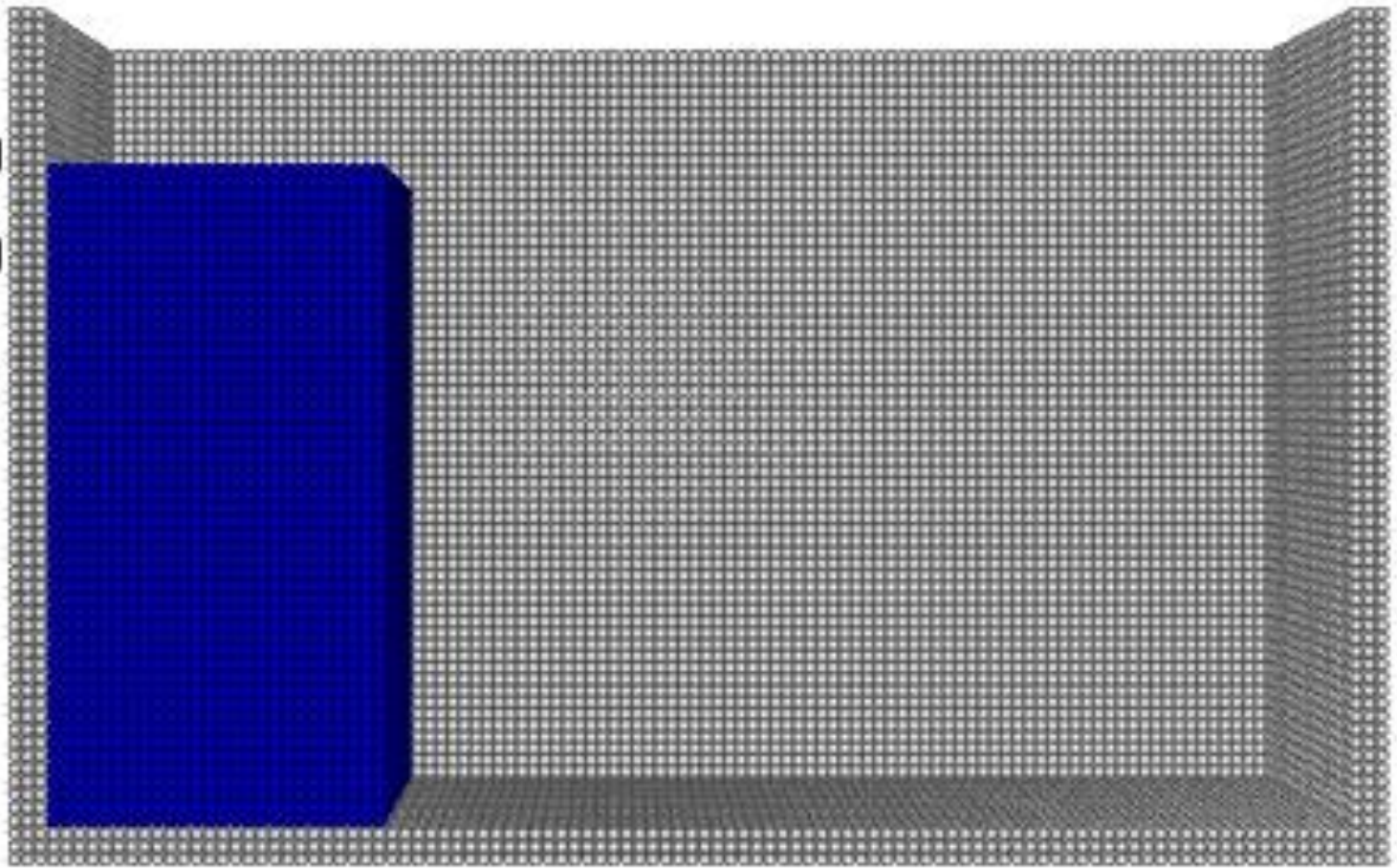
# 目次

- MPS陽解法
- 並列計算
- 津波解析
- MPS陽解法とMPS半陰解法の比較

# MPS陽解法

Velocity Time: 0.00

3.00  
2.00  
1.00  
0.00



# 支配方程式：ナビエスストークス方程式

連続の式

半陰解法

非圧縮条件

$$\frac{d\rho}{dt} = 0$$

陽解法

微圧縮性を仮定

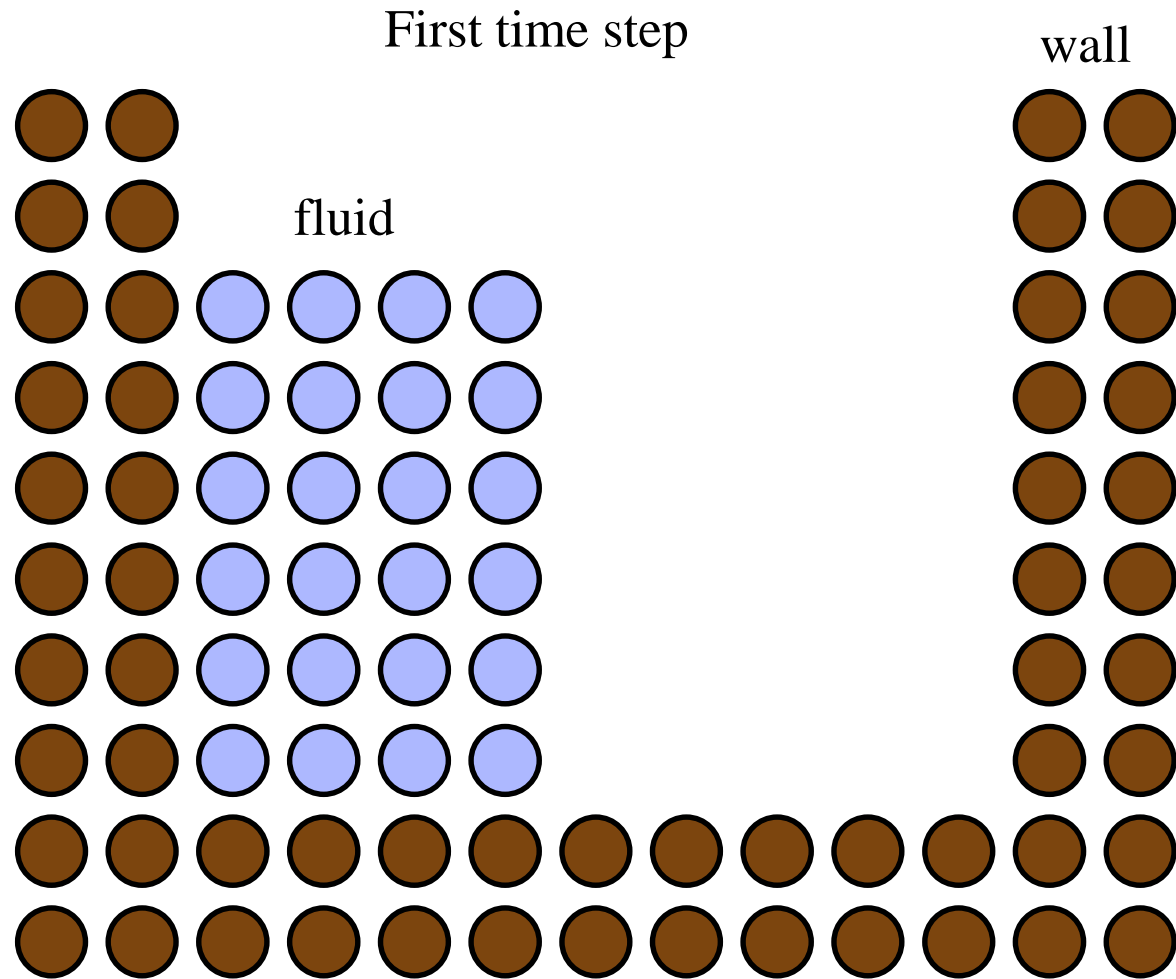
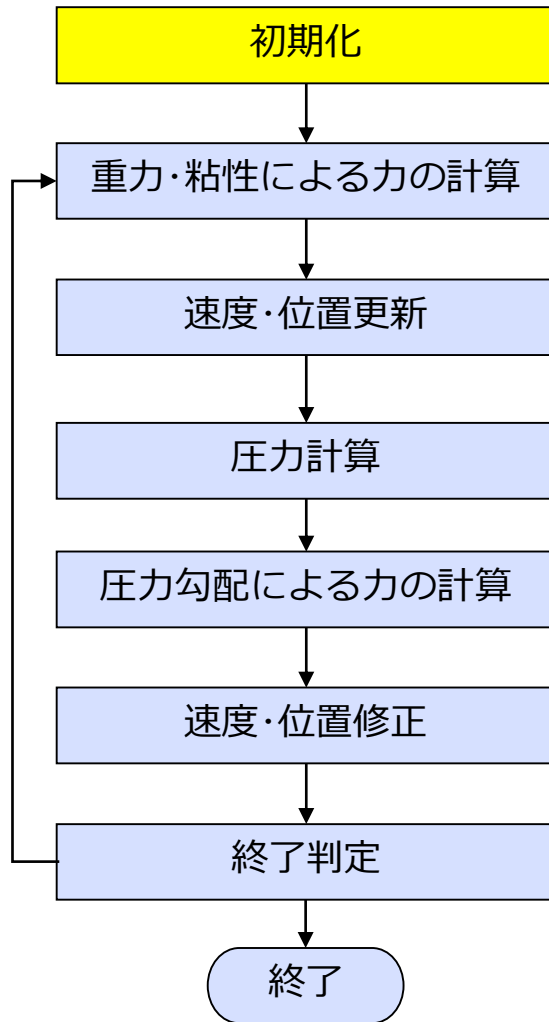
$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = c^2$$

$c$  : 音速  
 $\rho$  : 密度

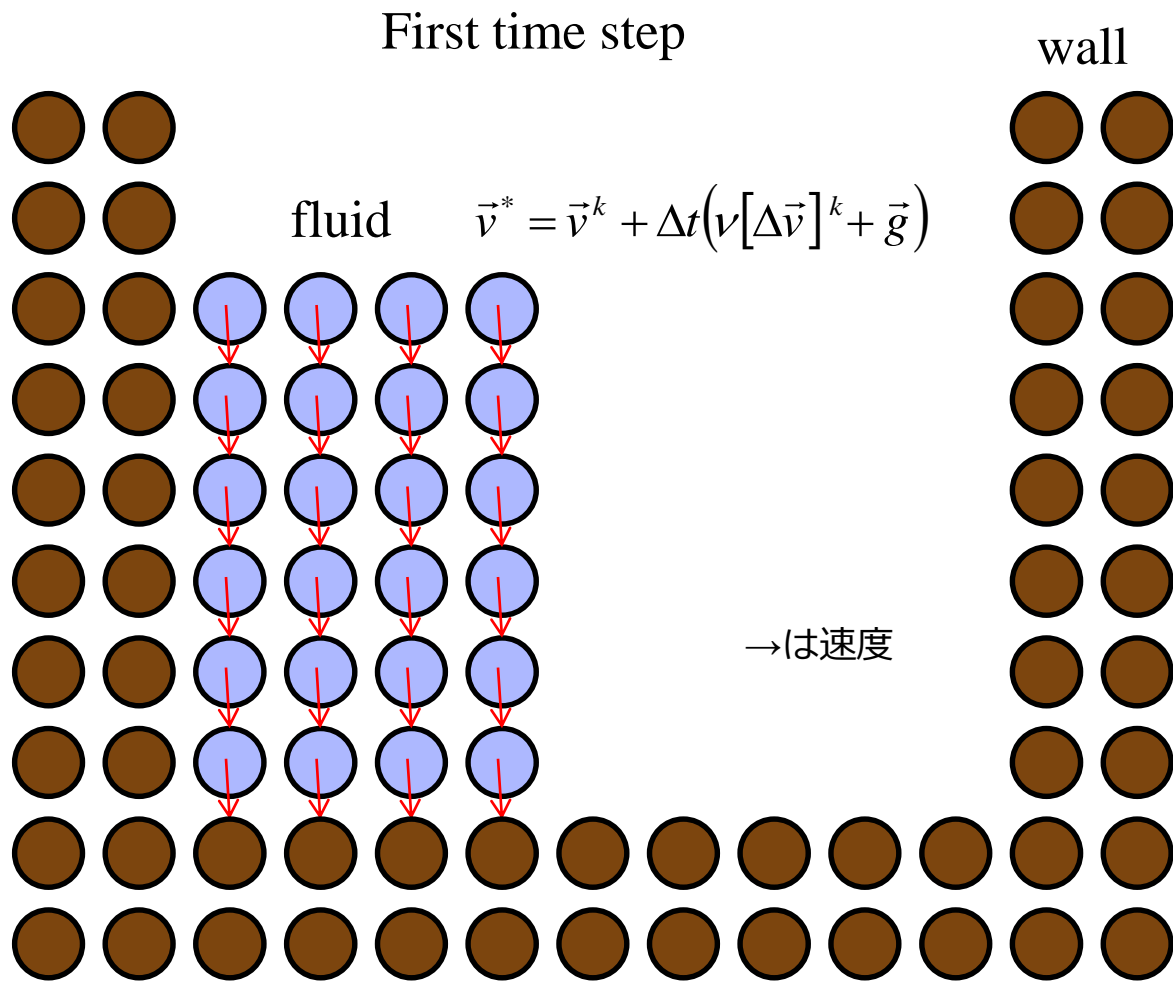
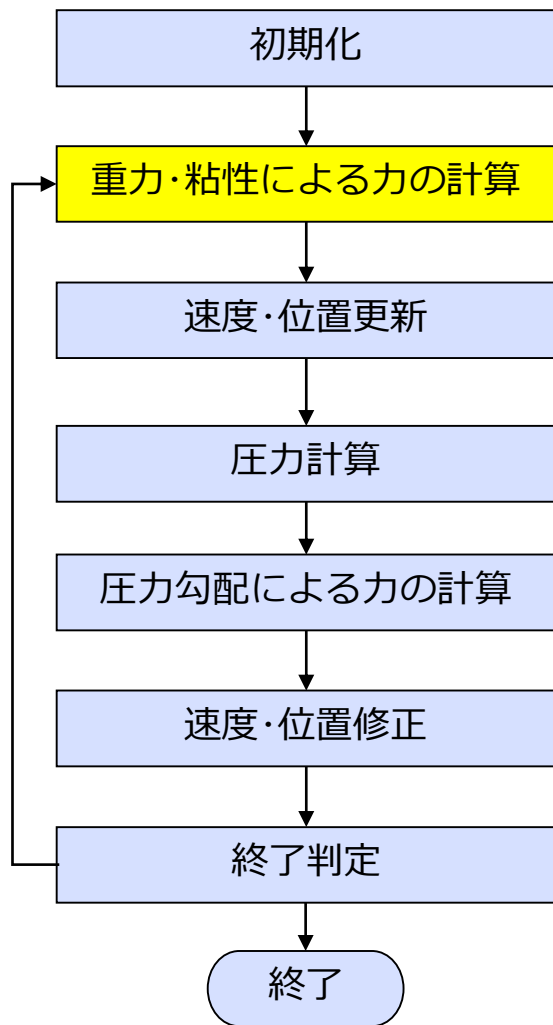
運動方程式

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

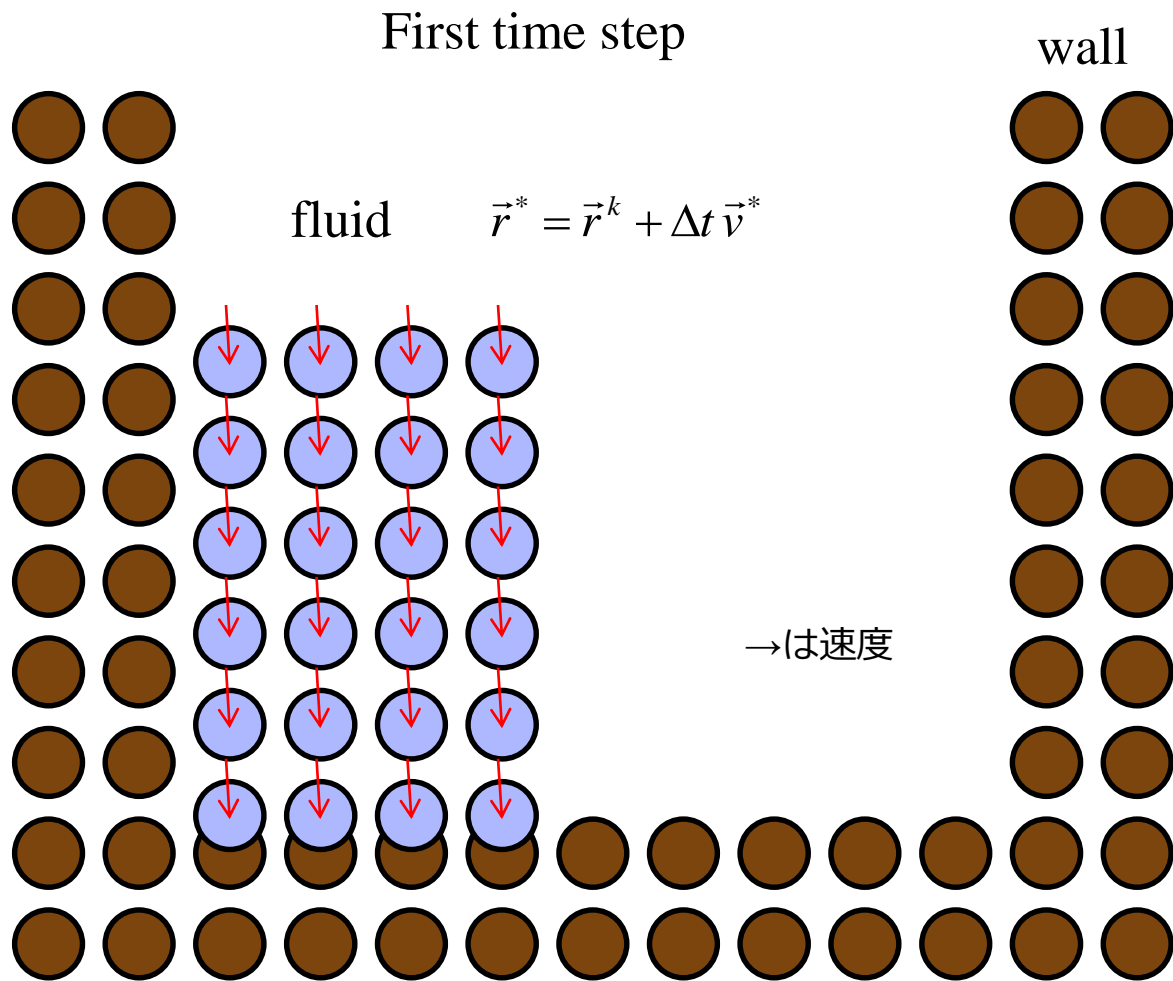
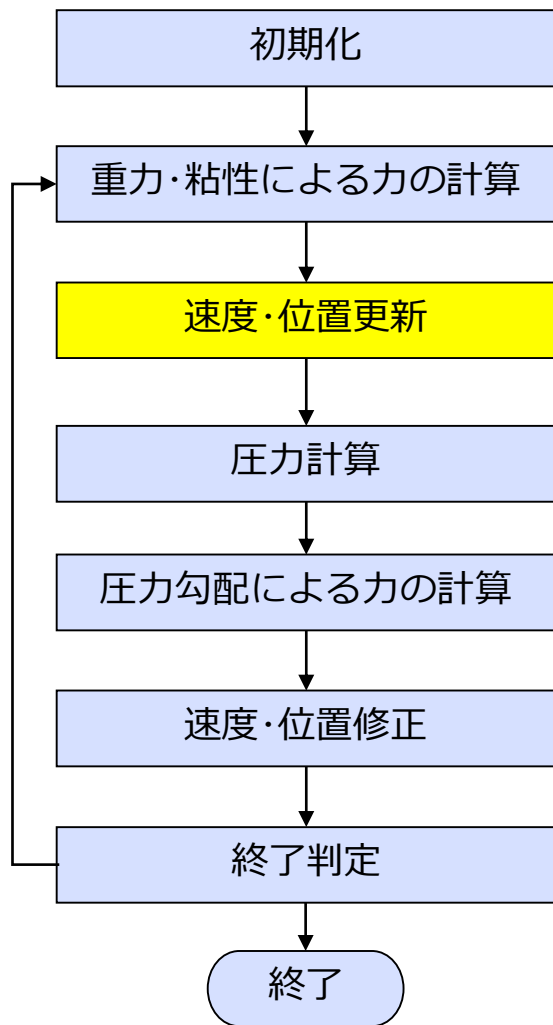
# MPS法



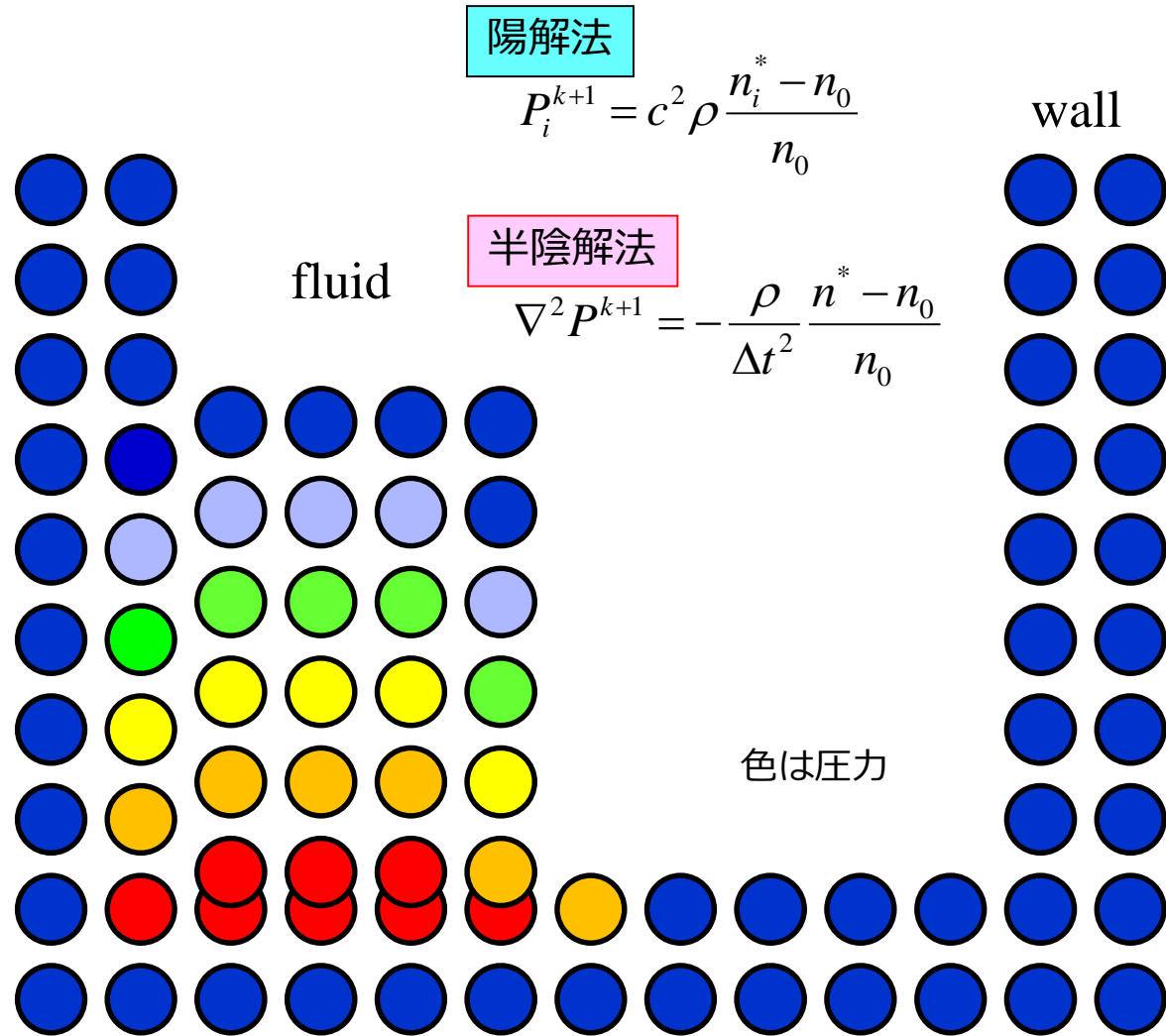
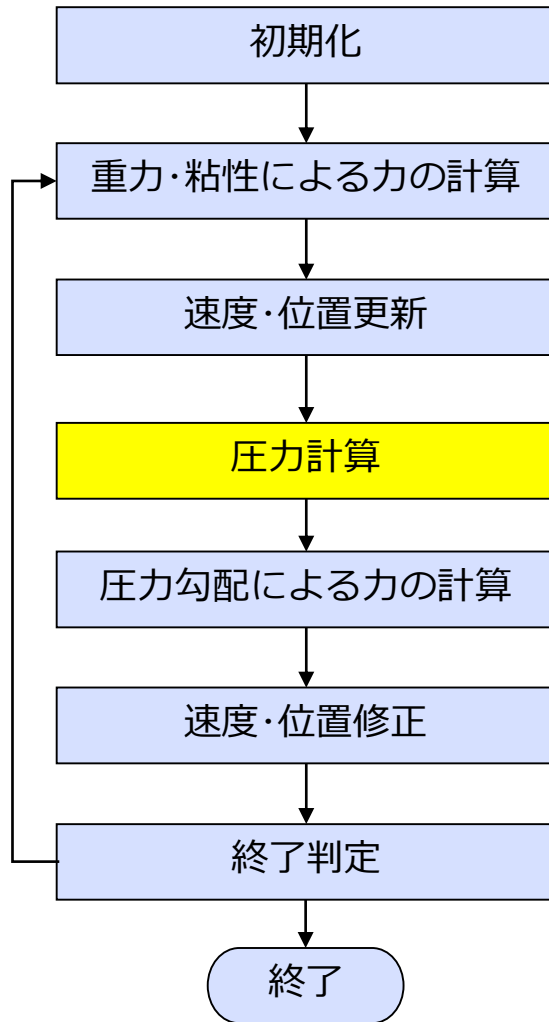
# MPS法



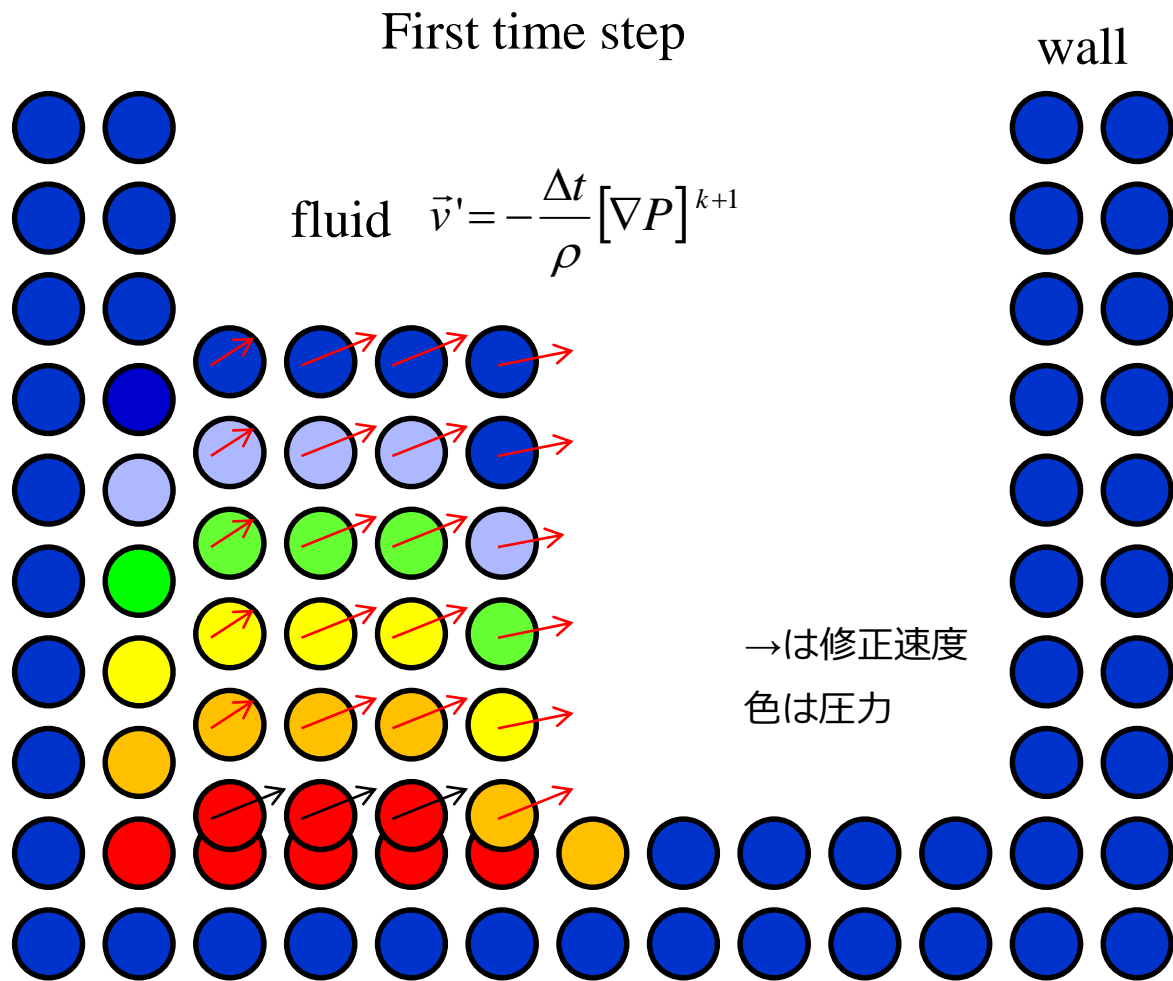
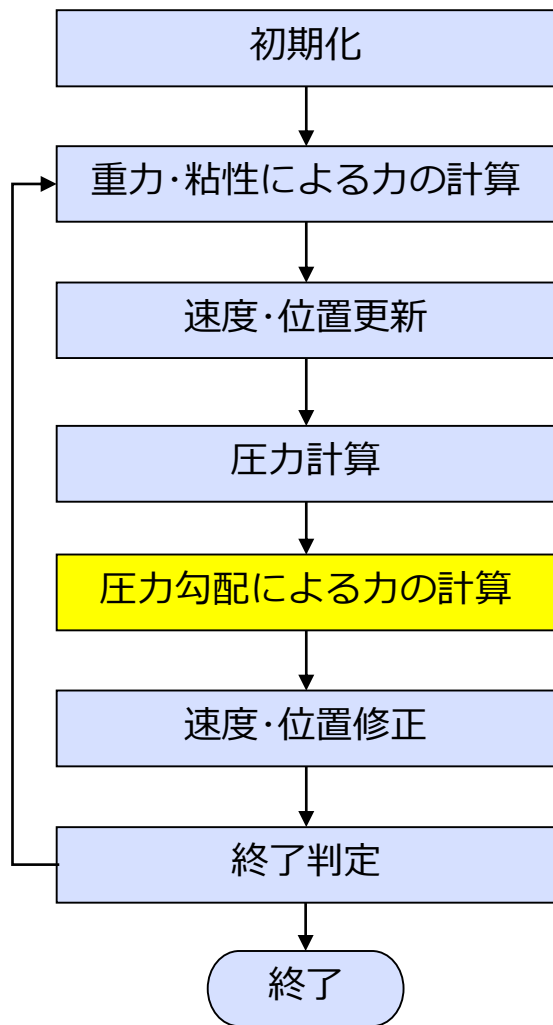
# MPS法



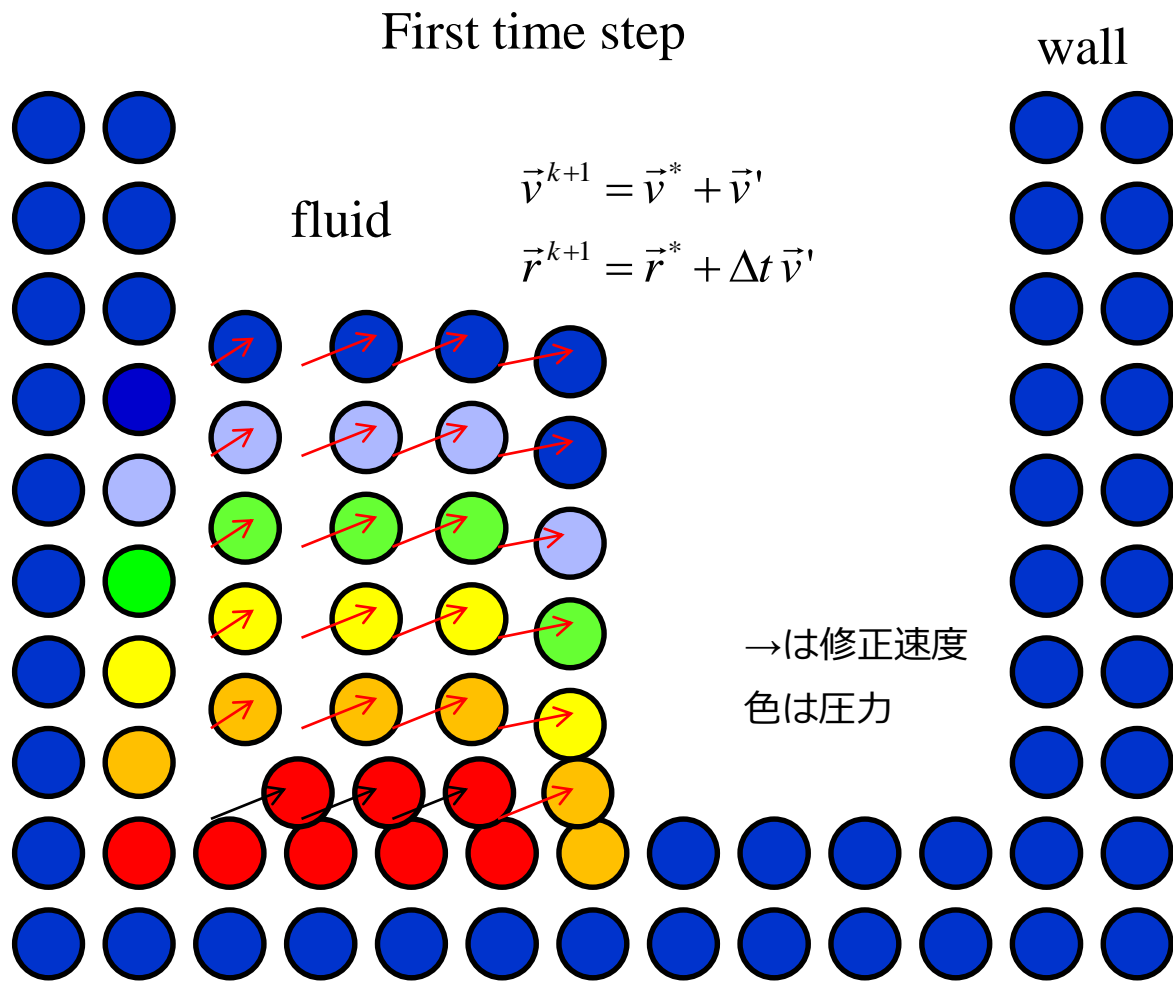
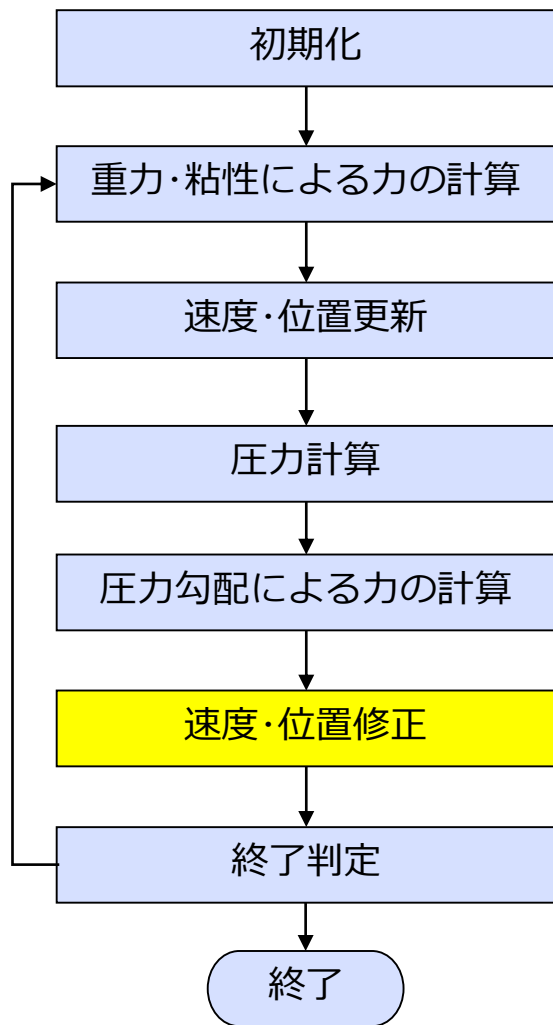
# MPS法



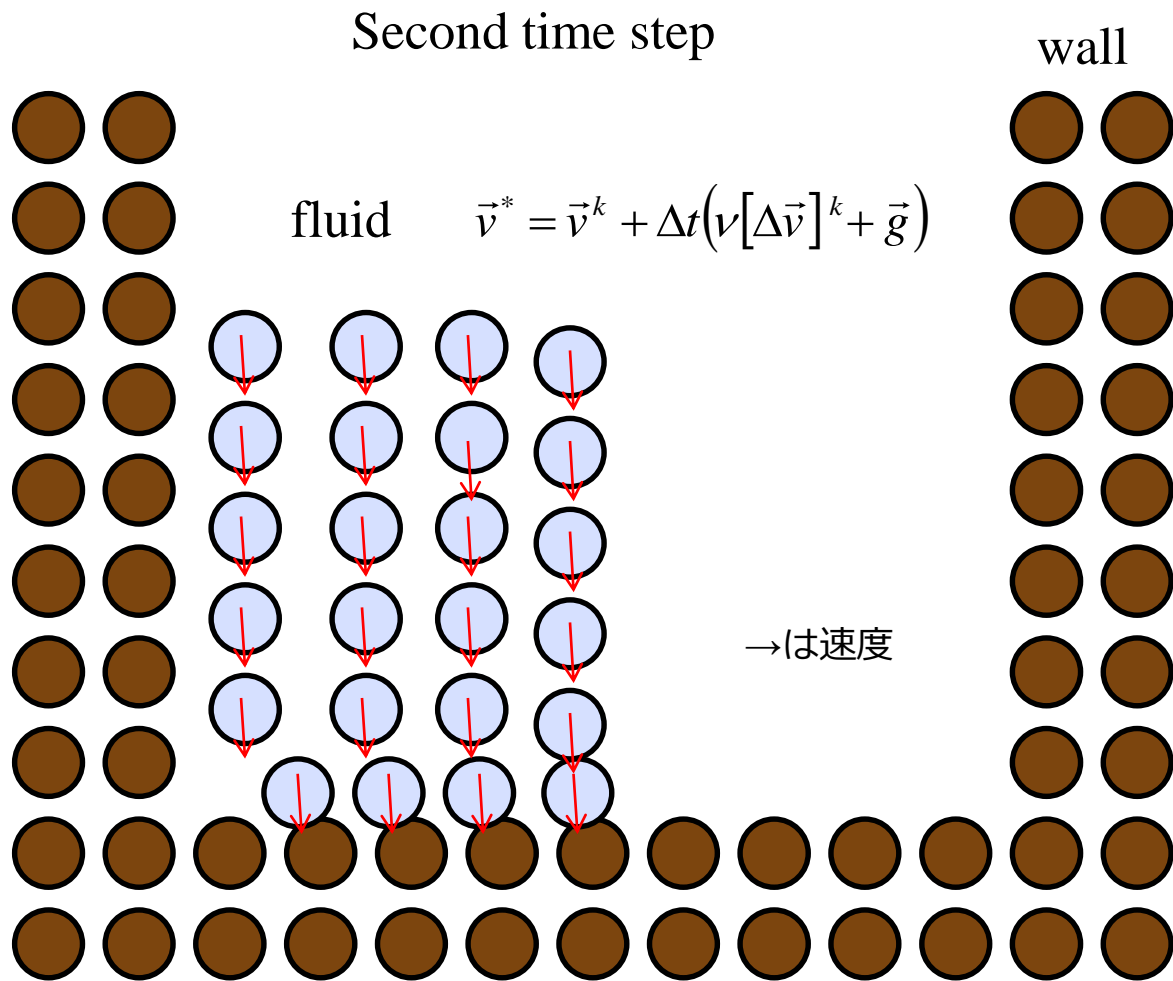
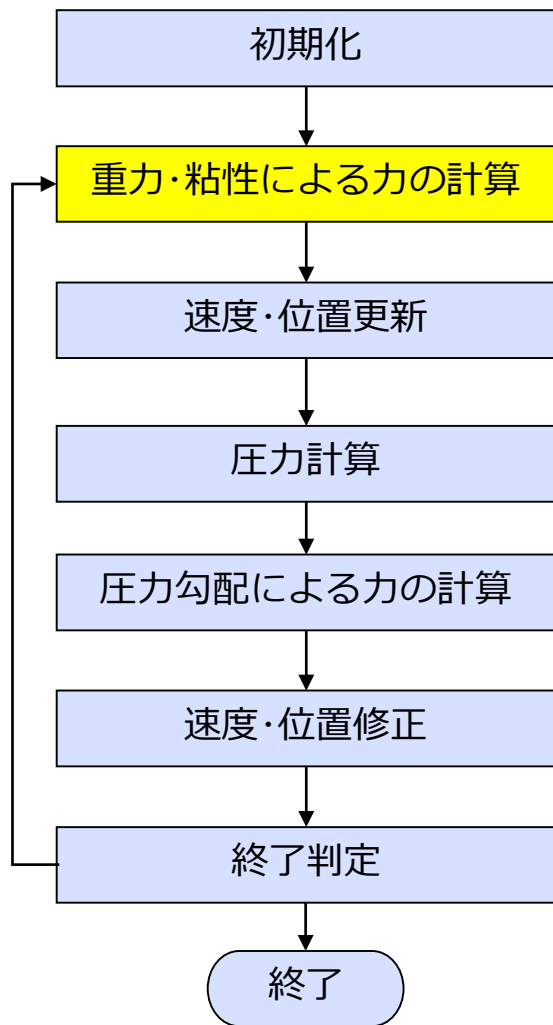
# MPS法



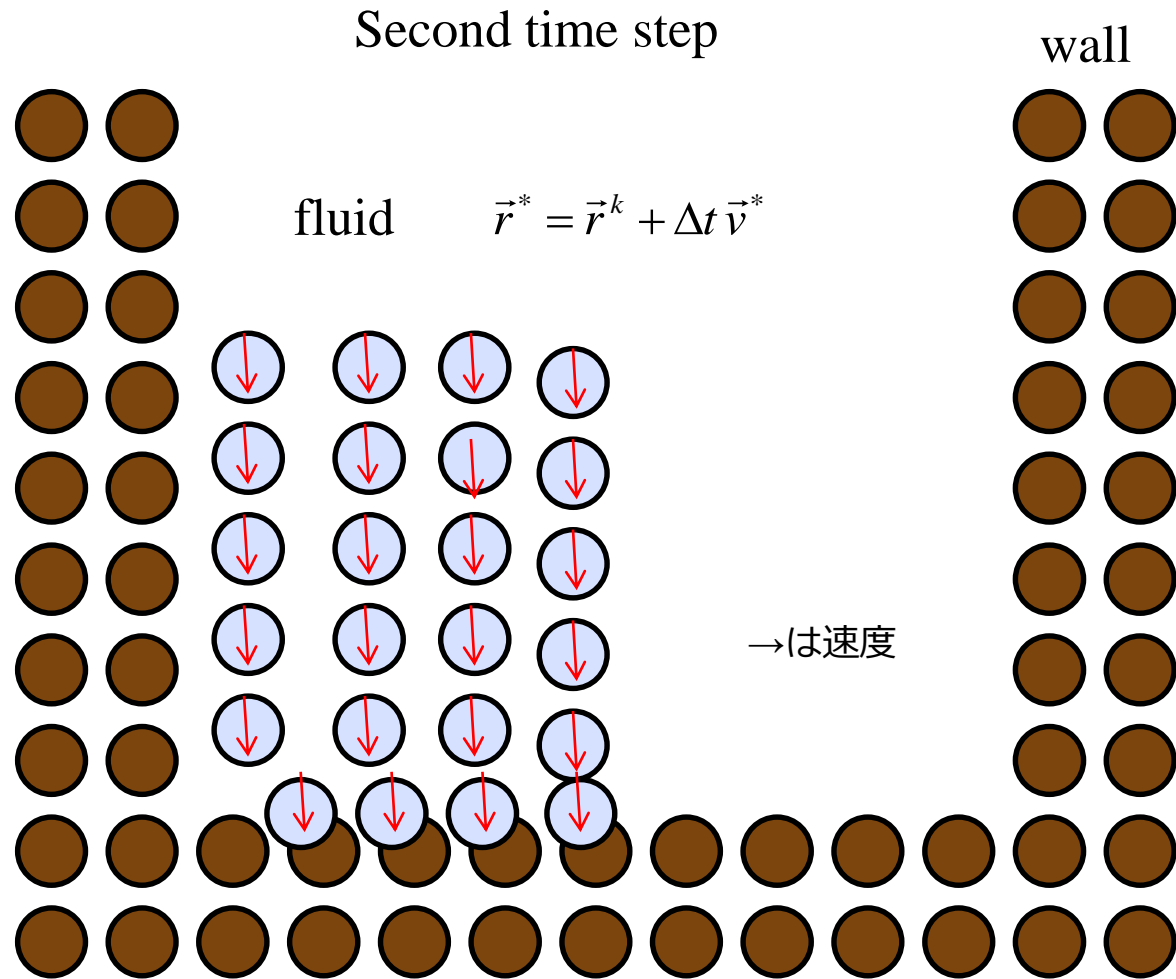
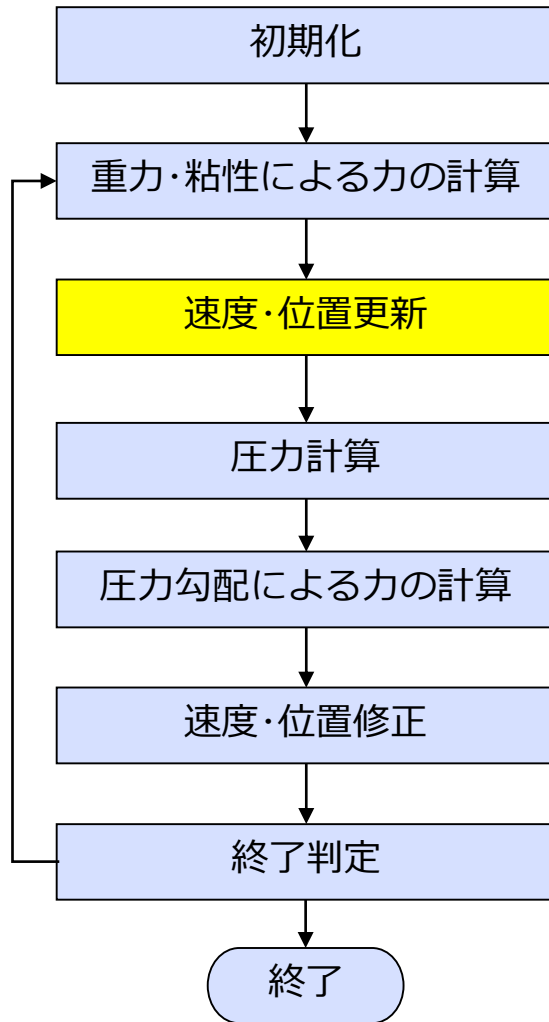
# MPS法



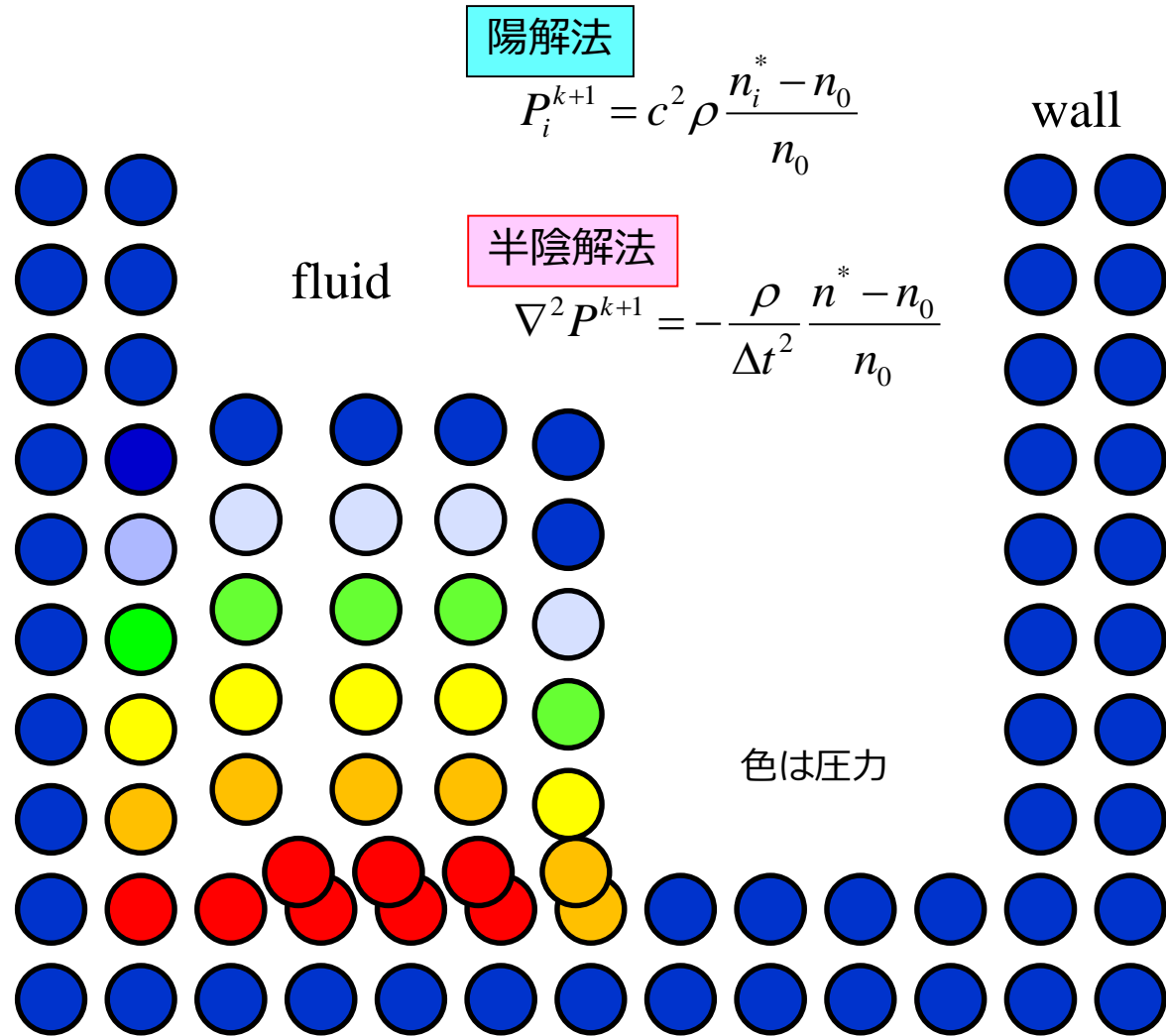
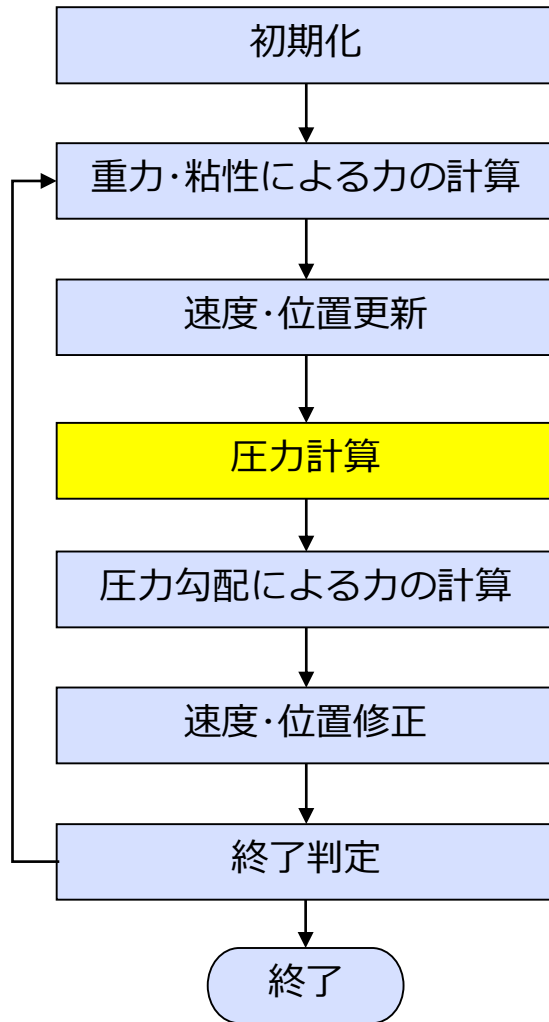
# MPS法



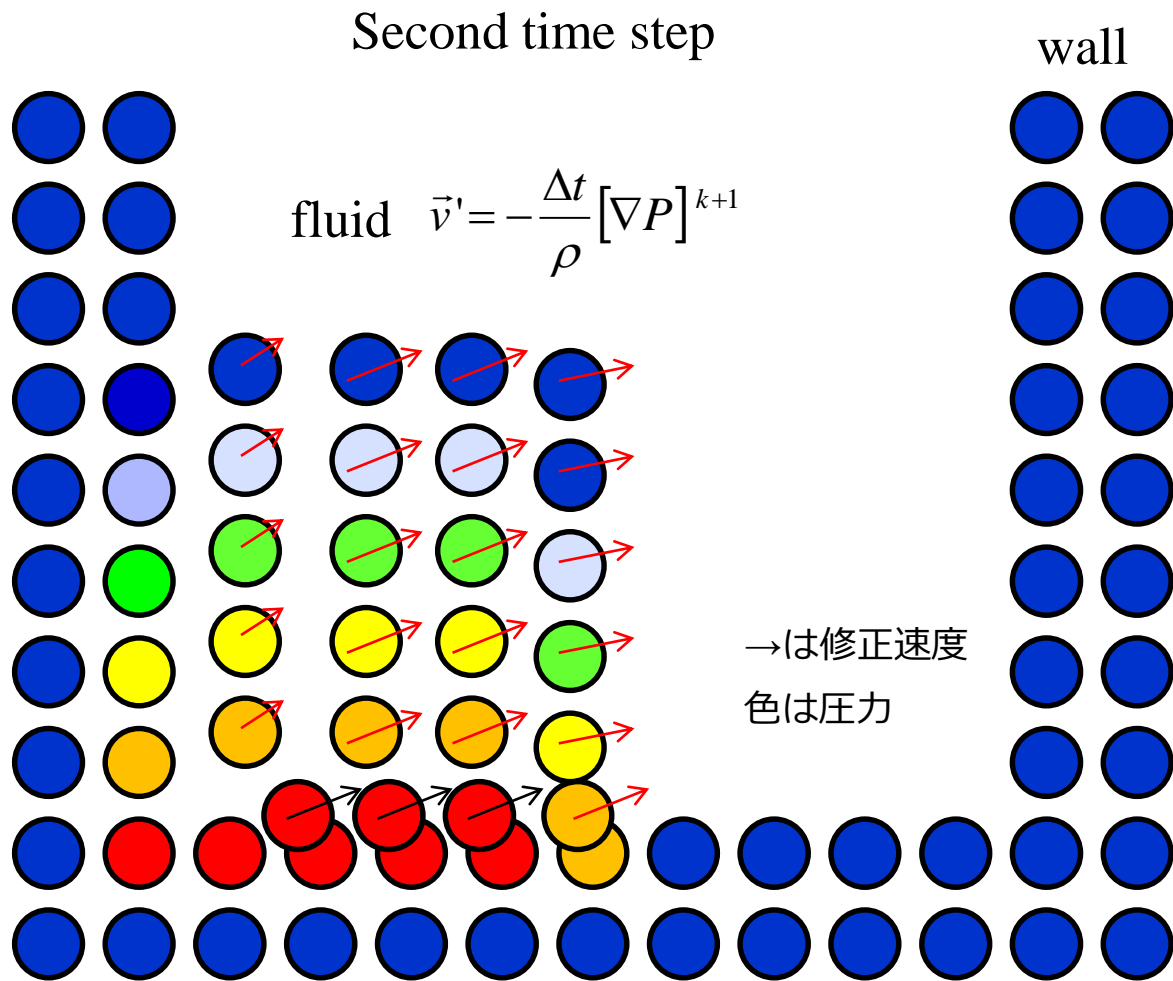
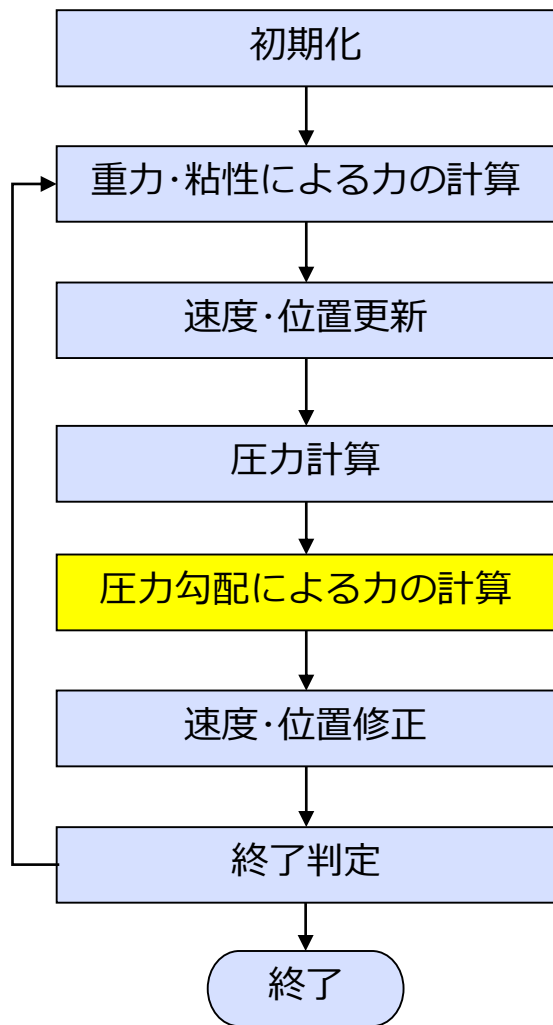
# MPS法



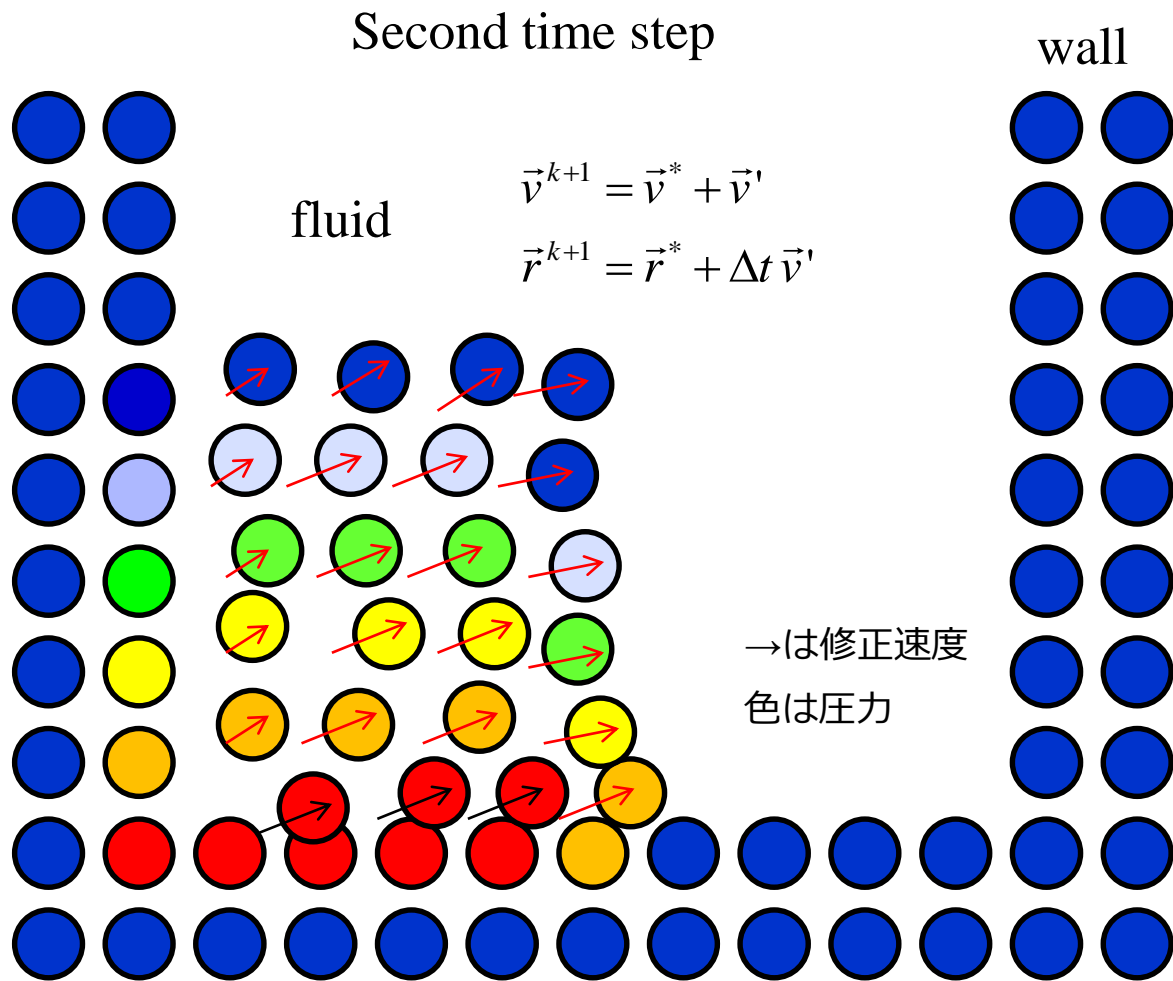
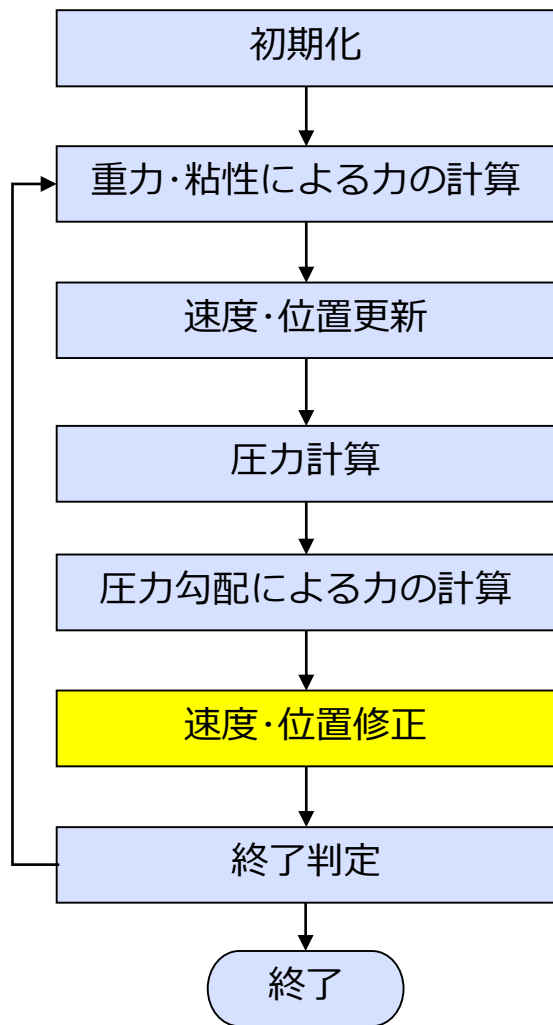
# MPS法



# MPS法



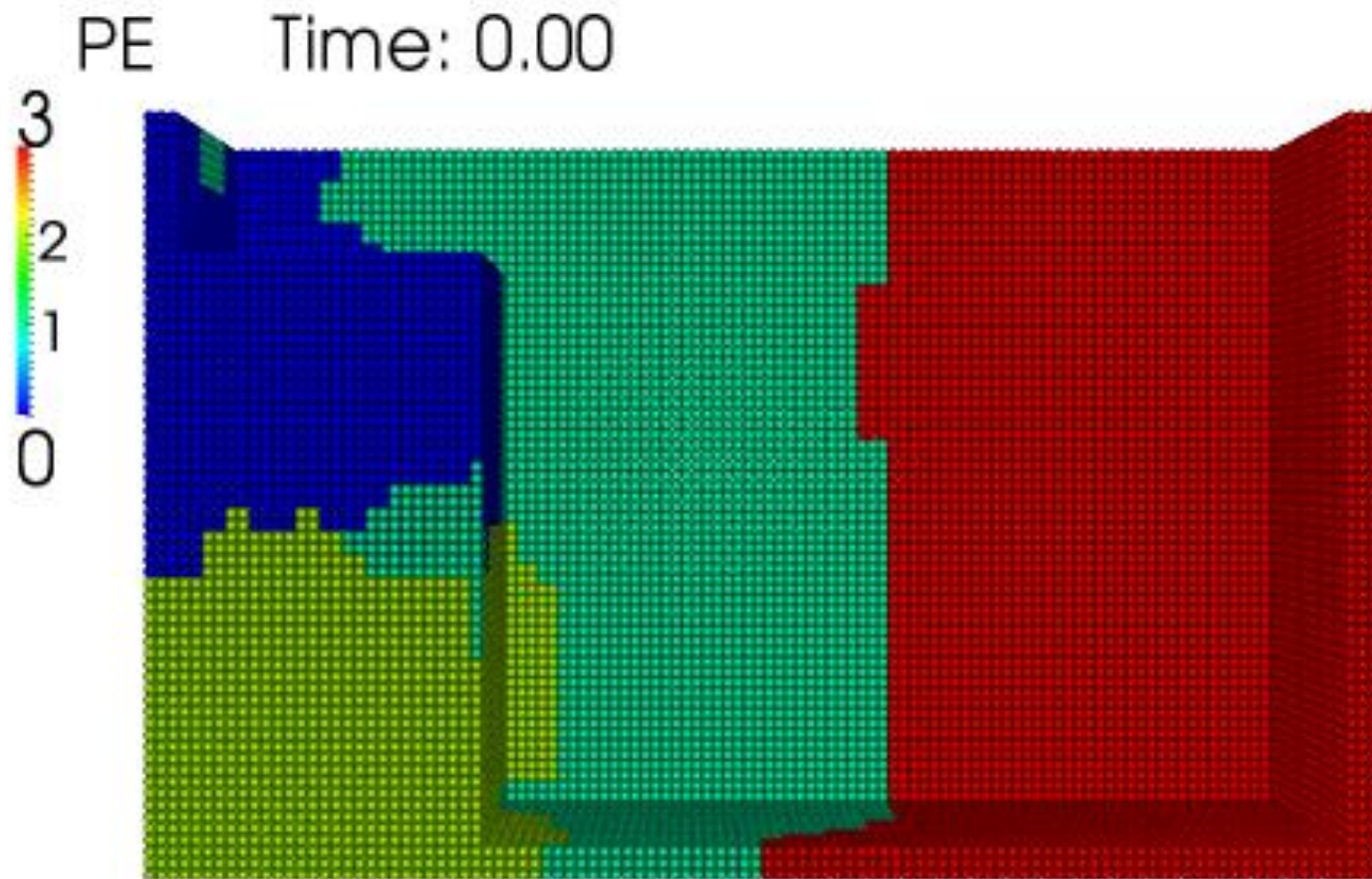
# MPS法



# 目次

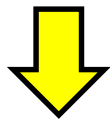
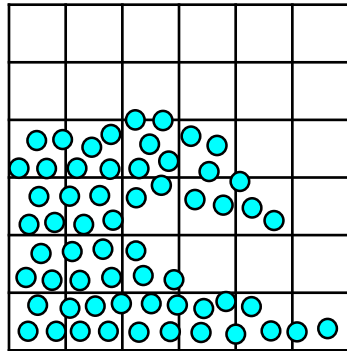
- MPS陽解法
- 並列計算
- 津波解析
- MPS陽解法とMPS半陰解法の比較

# 動的負荷分散

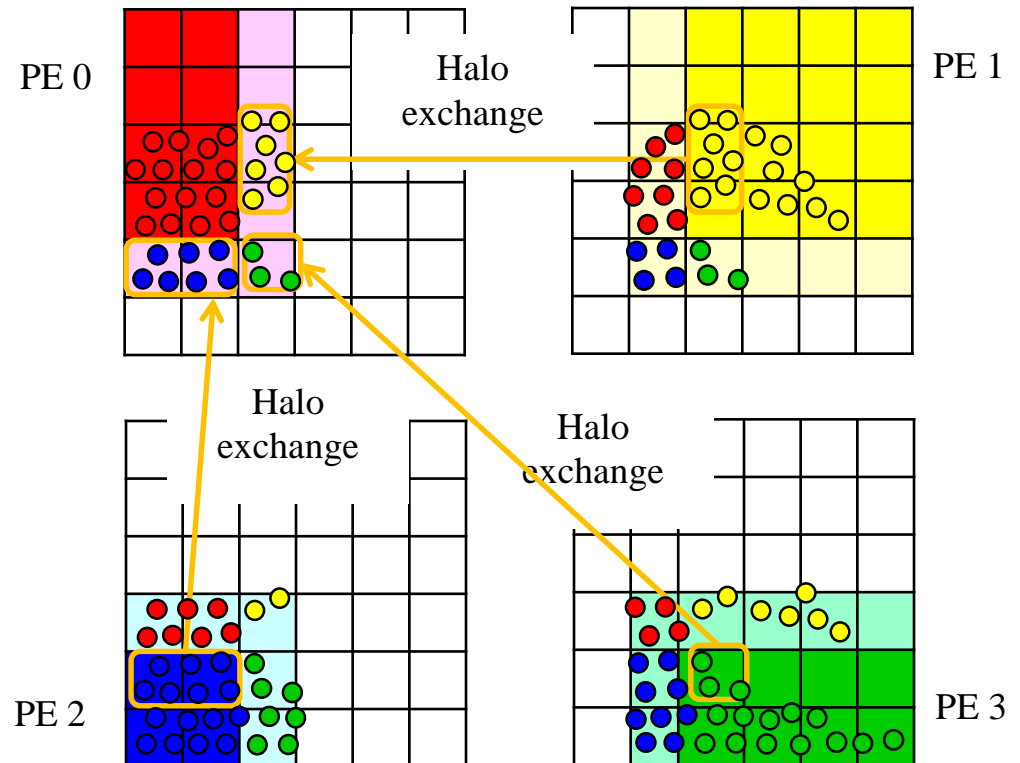
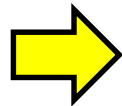
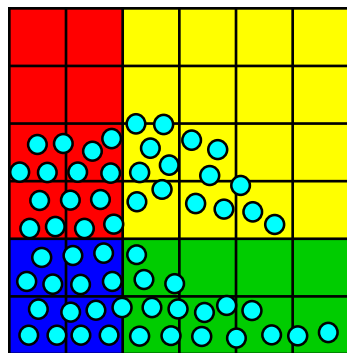


# バケットベースの領域分割と通信方法

粒子をバケットに格納



領域分割

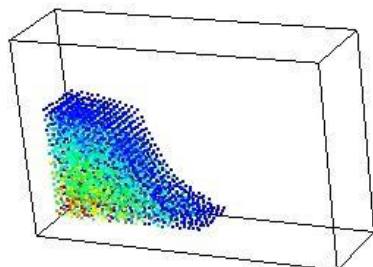
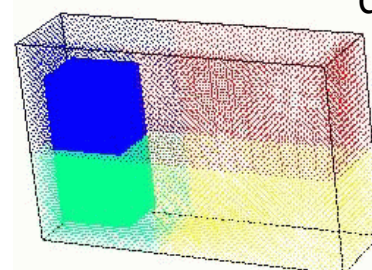
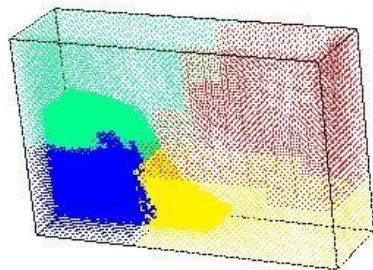
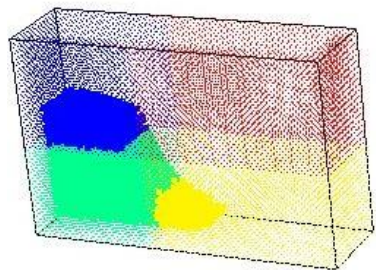


# 動的負荷分散

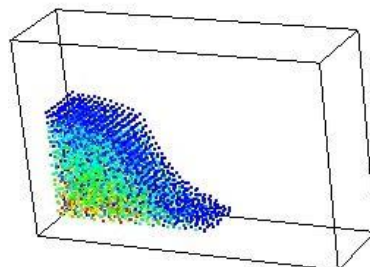
9,136 粒子

4ノード

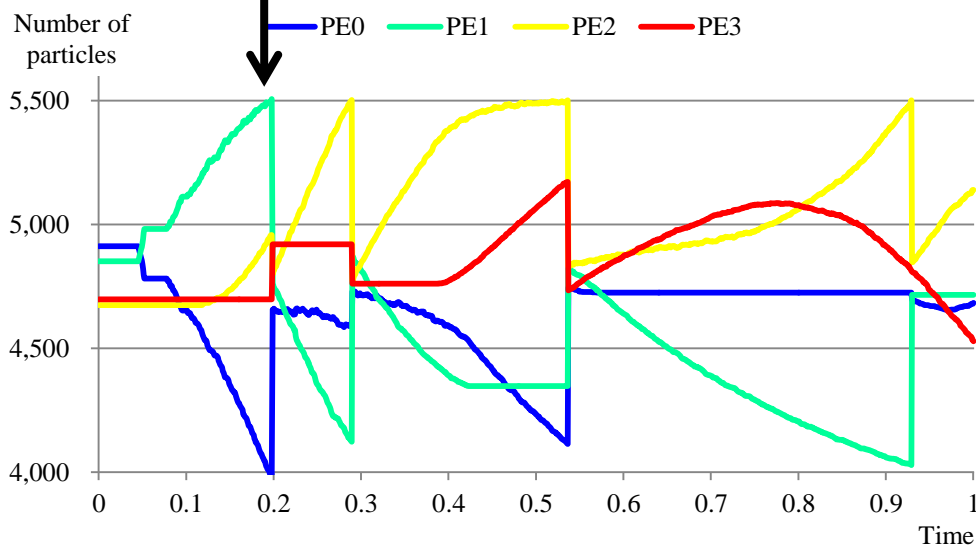
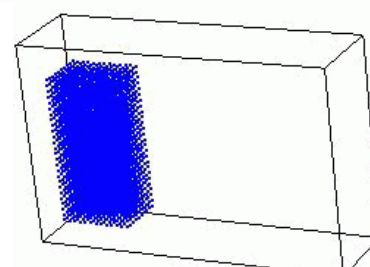
dt : 0.0008 秒



0.1976 sec



0.1984 sec



1つの計算ノードの粒子数が、5,500になったら、領域再分割を行う。

# 高速化に関わる3つの開発項目

① 毎ステップ行う隣接間通信のための通信テーブルの作成（並列性能、単体性能）

→バケットベースの通信

② 領域分割による動的負荷分散（並列性能）

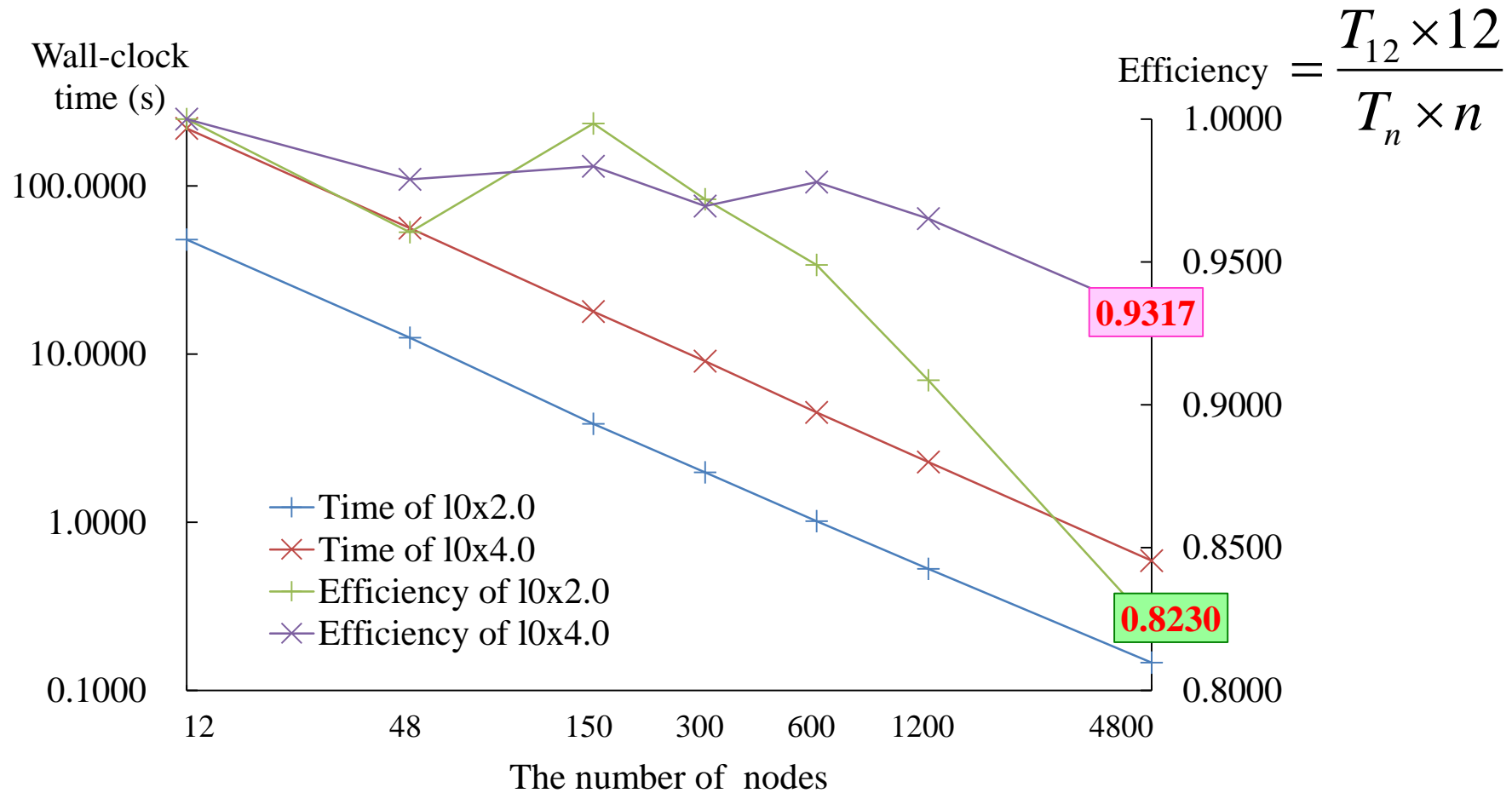
→ParMETISによって5%程度の負荷分散を実現

③ ノード内チューニング（単体性能）

→粒子データの再配置

→GPUとMIC向け最適化

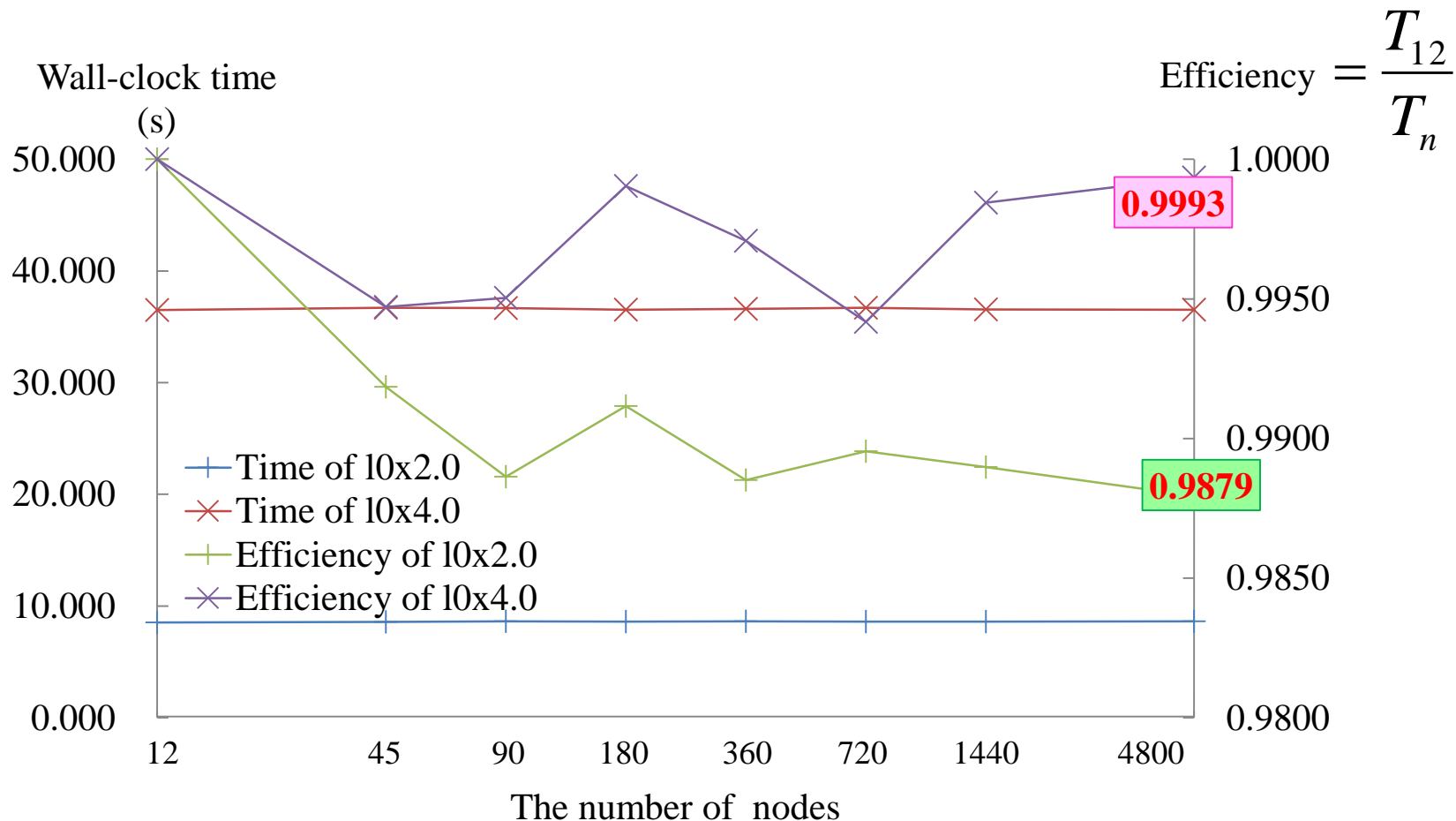
# 東京大学FX10による314,572,800粒子のストロングスケールリング(12ノード~4800ノード)



## Strong scaling of 314,572,800 particles

Strong scaling is defined as how the calculation time varies with the number of processors for a fixed total problem size.

# 東京大学FX10による5000万粒子から200億粒子の ウィークスケーリング(12ノード~4800ノード)



Weak scaling from 50,331,648 particles 20,132,659,200 particles

Weak scaling is defined as how the calculation time varies according to the number of processing elements for a fixed problem size per processing element.

# Calculation Time and Flops/Peak in case of 4,194,304 particles in a node

$r_e = 2.0 \times l_0$	12 ノード		4800 ノード	
	Time (s)	Efficiency of flop/s (%)	Time (s)	Efficiency of flop/s (%)
Total calculation time in 1 time step	0.138	3.898	0.146	3.810
2 <sup>nd</sup> order polynomial approximation Viscosity term	0.024	9.657	0.025	9.639
Collision	0.009	5.830	0.009	5.863
1 <sup>st</sup> order polynomial approximation Pressure	0.015	5.493	0.015	5.720
Pressure gradient term	0.033	5.154	0.034	5.137
Other (communication, communication table and sorting)	0.058		0.062	

# Calculation Time and Flops/Peak in case of 4,194,304 particles in a node

$r_e = 4.0 \times l_0$	12 ノード		4800 ノード	
	Time (s)	Efficiency of flop/s (%)	Time (s)	Efficiency of flop/s (%)
Total calculation time in 1 time step	0.566	7.102	0.590	7.246
Viscosity term 2 <sup>nd</sup> order polynomial approximation	0.150	11.214	0.159	10.993
Collision	0.053	7.474	0.060	7.086
Pressure 1 <sup>st</sup> order polynomial approximation	0.087	7.278	0.096	7.056
Pressure gradient term	0.185	7.087	0.201	6.930
Other (communication, communication table and sorting)	0.091		0.074	

# 高速化に関わる3つの開発項目

① 毎ステップ行う隣接間通信のための通信テーブルの作成（並列性能、単体性能）

→バケットベースの通信

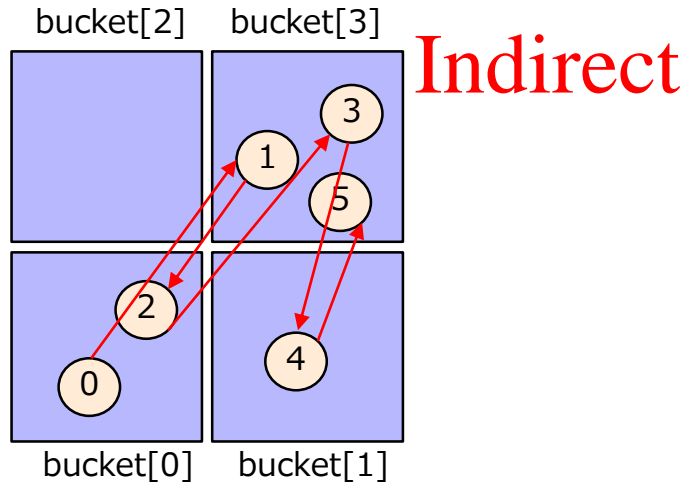
② 領域分割による動的負荷分散（並列性能）

→ParMETISによって5%程度の負荷分散を実現

③ ノード内チューニング（単体性能）

→粒子データの再配置

# 粒子データの再配置

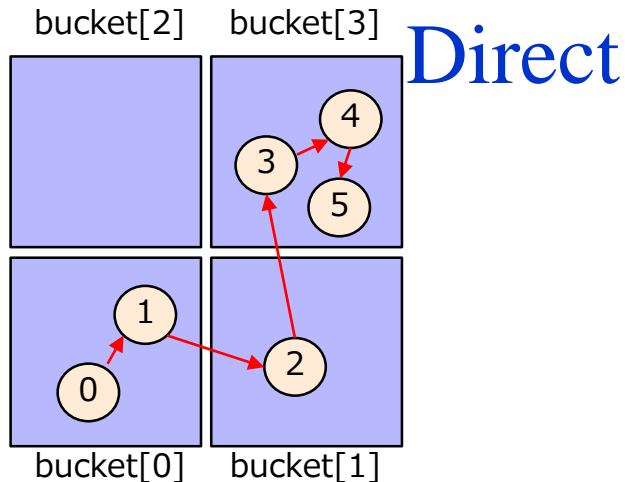


```
first_particle_in_bucket = {0, 4, -1, 1};  
particle_index = {2, 3, -1, 5, -1, -1};
```



粒子データの再配置

座標が近い粒子データは、メモリ上の物理的に近い所に保存する。



```
counter = {0, 2, 3, 3, 6}; を新たに作成する。
```

粒子データの再配置後は、

bucket[0]に、 counter[0]~counter[1]-1番の粒子が保存され

bucket[1]に、 counter[1]~counter[2]-1番の粒子が保存され

bucket[2]に、 counter[2]~counter[3]-1番の粒子が保存され

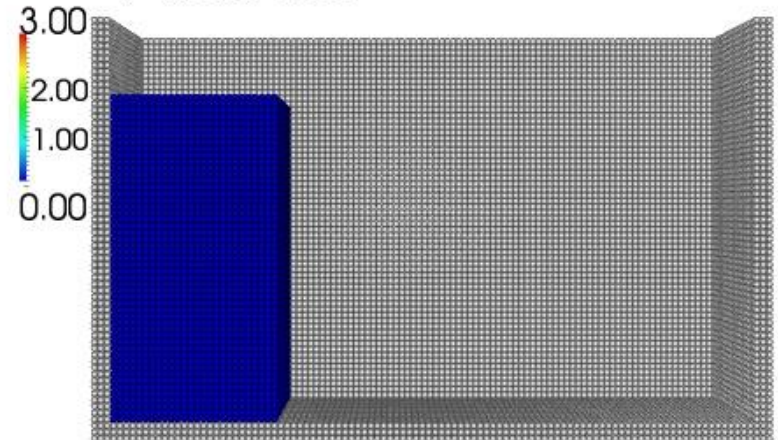
bucket[3]に、 counter[3]~counter[4]-1番の粒子が保存される。

# リンクリストと粒子データを再配置した場合の計算時間の違い (九大CX400)

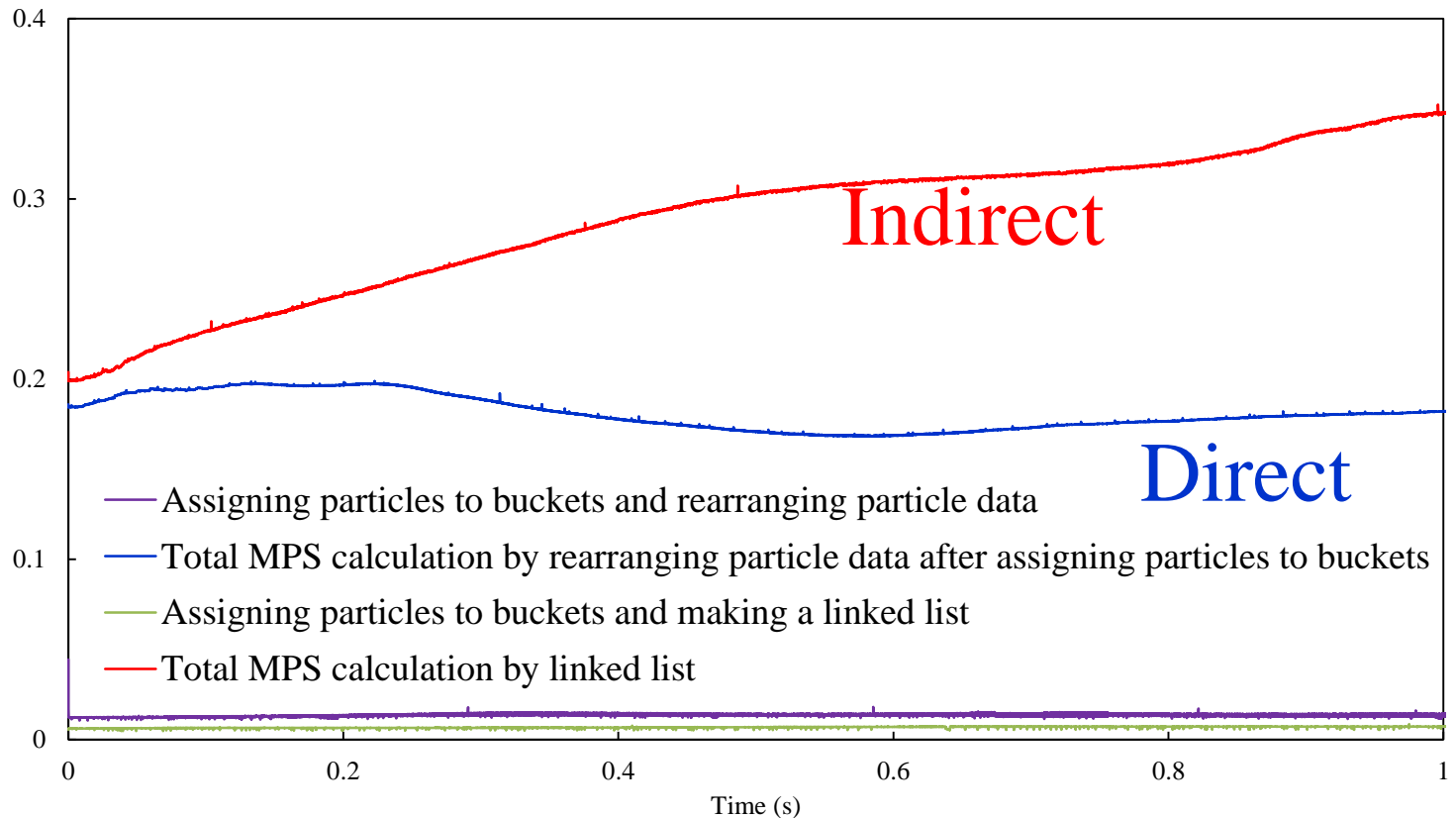
標準MPS (計算量が少ない場合)

影響半径 :  $l_0 \times 2.1$

Velocity Time: 0.00



Wall-clock  
time (s)



# L1 キャッシュミス率 (東京大学FX10)

Radius of interaction domain: $r_e$	Polynomial Order	Time (s)		L1 Cache Miss Rate (%)	
		Indirect	Direct	Indirect	Direct
$2.1 \times l_0$	0	1.501	0.530	34.240	8.584
$2.1 \times l_0$	1	1.509	0.703	22.873	5.251
$2.1 \times l_0$	2	2.048	1.186	9.937	2.328
$3.1 \times l_0$	0	4.878	1.441	47.515	8.278
$3.1 \times l_0$	1	5.154	2.213	23.797	3.531
$3.1 \times l_0$	2	7.801	4.470	7.995	1.089
$3.1 \times l_0$	3	14.584	10.760	2.467	0.351

# CPU, GPU, MIC向け最適化の結果

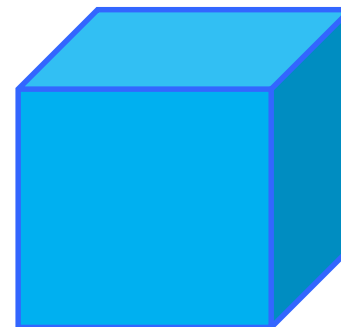
粒子数 : 132,651

影響半径 :  $l_0 \times 4.1$

解析領域 :  $1.0 \times 1.0 \times 1.0$

100タイムステップの計算時間

粒子番号は乱数でシャッフルする



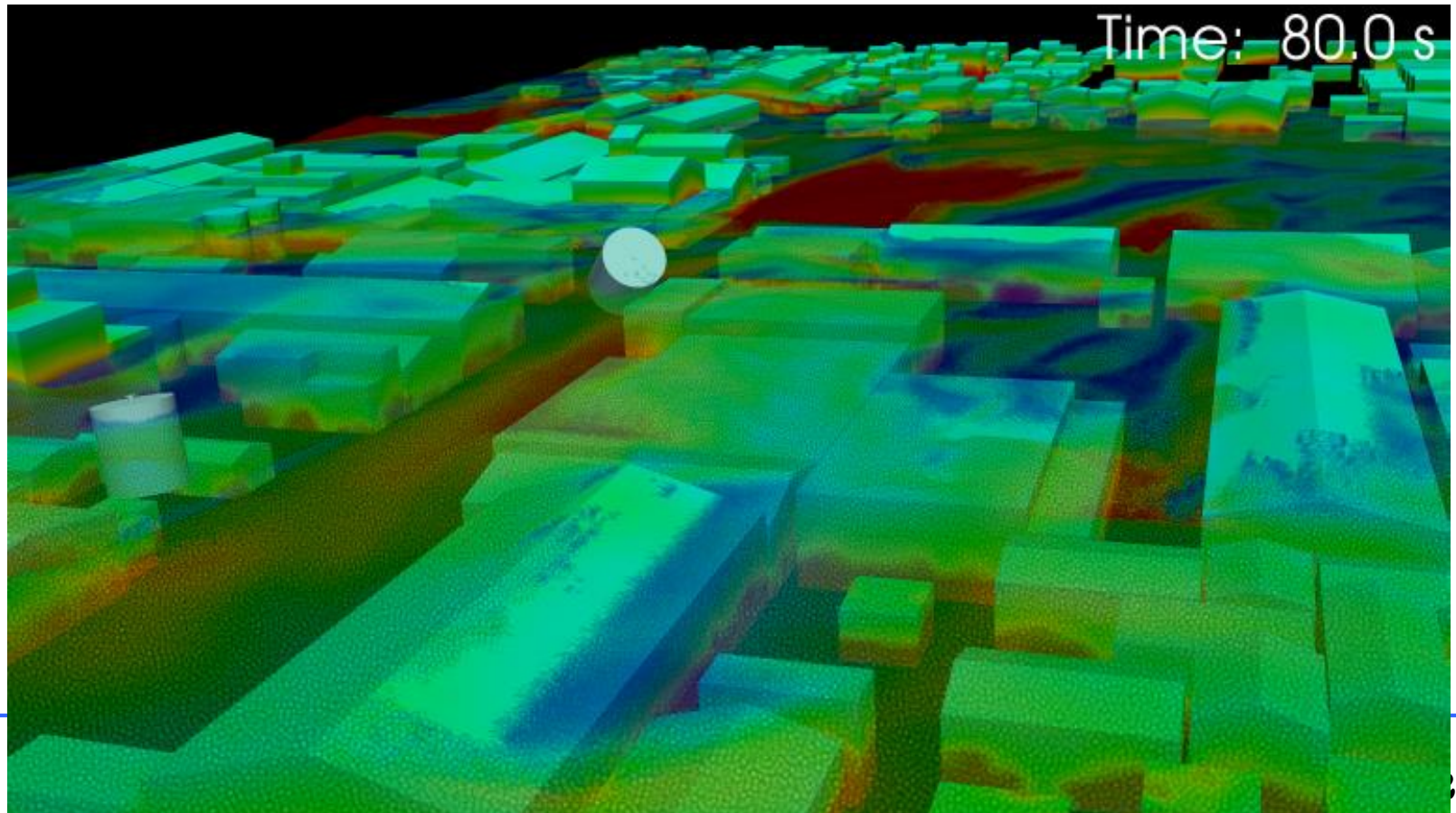
プロセッサ	理論性能 (GFLOPS)	手法	標準MPS			高次精度MPS		
			計算時間 (s)	ピーク性 能比 (%)	Speed up	計算時間 (s)	ピーク性 能比 (%)	Speed up
Intel Core i7-3820	115.2	Indirect	531.18	0.30		586.92	4.90	
		Direct	135.79	<b>1.18</b>	1.00	183.89	<b>15.64</b>	1.00
Tesla K20m 九大CX400	1174.7	Indirect	218.85	0.07		472.58	0.60	
		Direct	15.77	<b>0.99</b>	8.61	133.35	<b>2.11</b>	1.38
Xeon Phi 3120P 名大CX400	1003.2	Indirect	416.28	0.04		425.92	0.78	
		Direct	44.40	<b>0.41</b>	3.06	61.40	<b>5.38</b>	2.99

# 目次

- MPS陽解法
- 並列計算
- 津波解析
- MPS陽解法とMPS半陰解法の比較

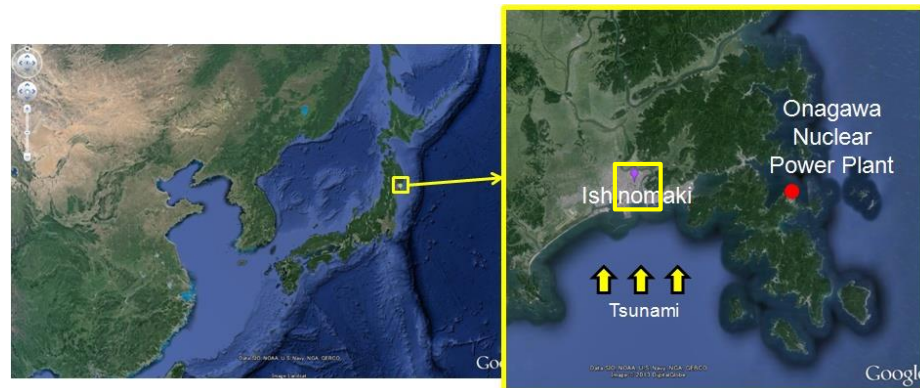
# 津波解析の目的

1. 津波が市街地を遡上する解析
2. 浮遊物がながれ、浮遊物同士や地上構造物に衝突する解析
3. 水圧と浮遊物の衝突による地上構造物の応力解析



# 3段階の津波解析

第1の解析：震源で発生する波源から沿岸部までの津波伝播計算(数十～数百キロ四方程度)



第2の解析：沿岸部に押し寄せた津波が地上へ遡上する解析（数km～10km四方程度）

第3の解析：市街地に浮遊物が衝突しながら浮遊する市街地浸水解析(500m四方程度)

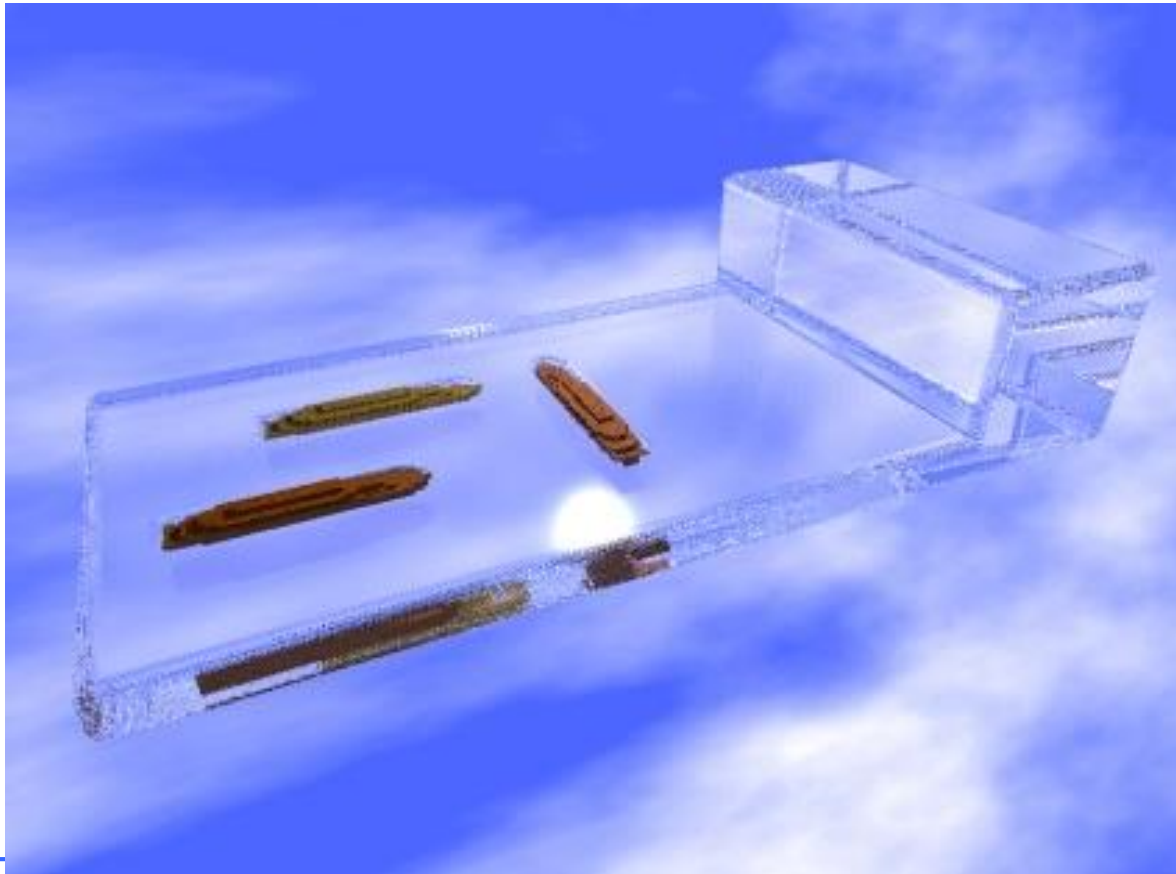


航空写真：Copyright©NTT空間情報 All Rights Reserved.  
Copyright©室谷(東京大学), 塩谷(東洋大学), プロメテック・ソフトウェア株式会社, All Rights Reserved.

航空写真：Copyright©NTT空間情報 All Rights Reserved.  
Copyright©室谷(東京大学), 塩谷(東洋大学), プロメテック・ソフトウェア株式会社, All Rights Reserved.

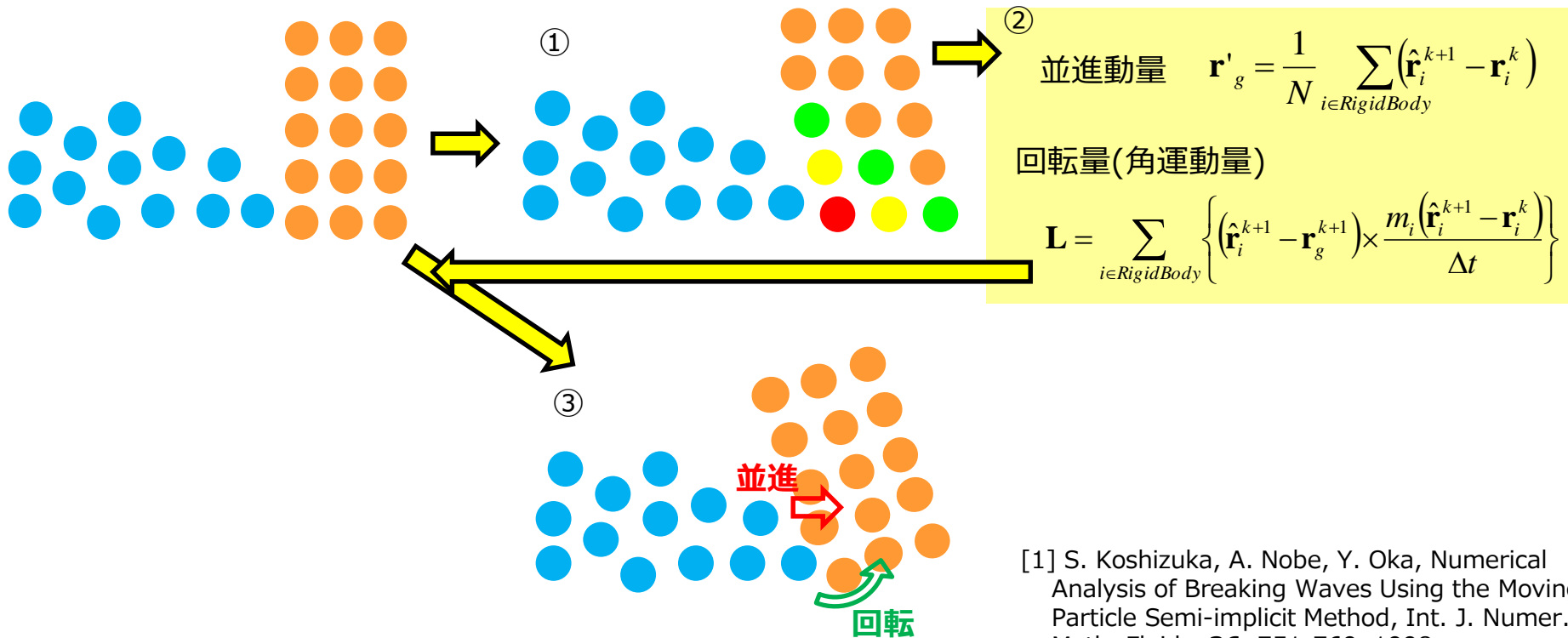
# 浮遊物

- ✓ 多数の浮遊物が漂流する解析を行う。
- ✓ 浮遊物は剛体としてモデル化する。（将来は弾性体にする）
- ✓ 剛体-流体の弱連成問題を解く。



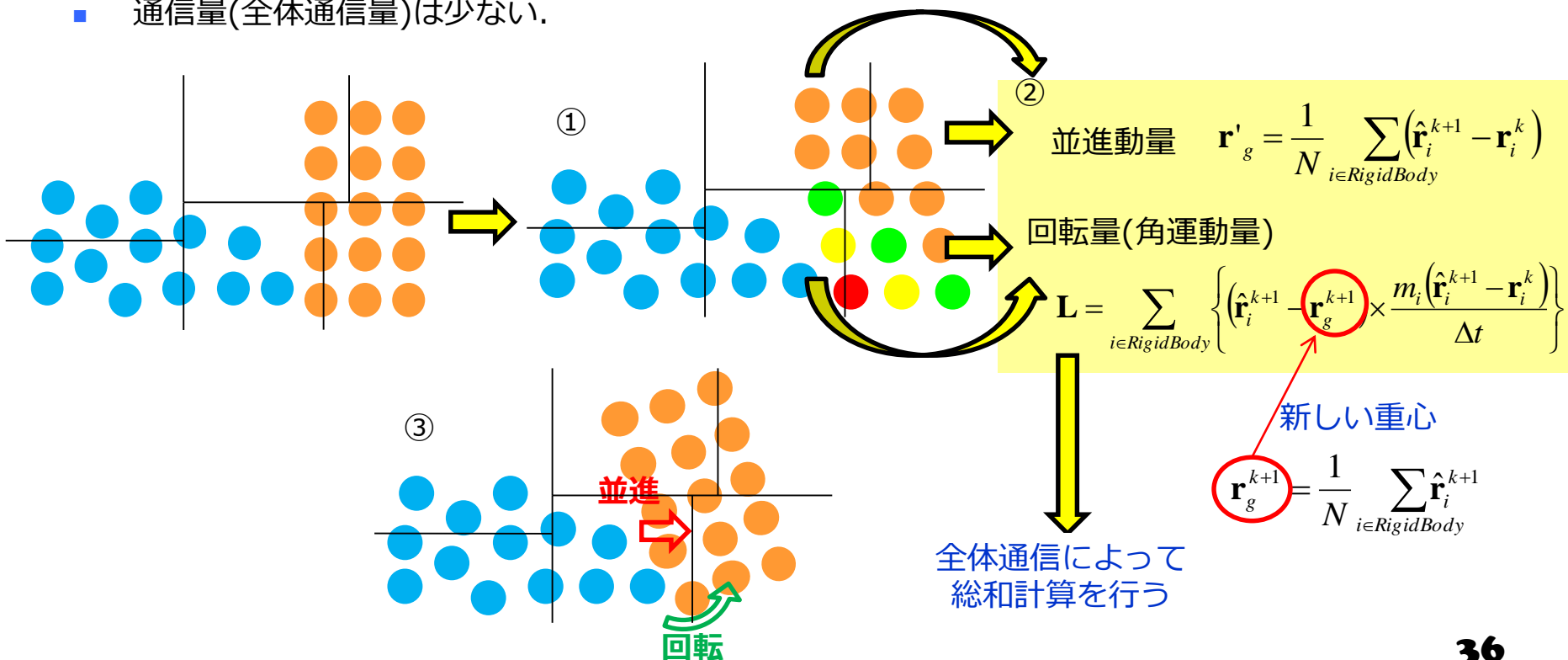
# 流体-剛体連成[1] (弱連成)

- ① 全粒子を流体粒子として計算する.
- ② 剛体の並進量と回転量を求める.
- ③ 移動前の剛体粒子に対して、剛体の並進量と回転量を加える.



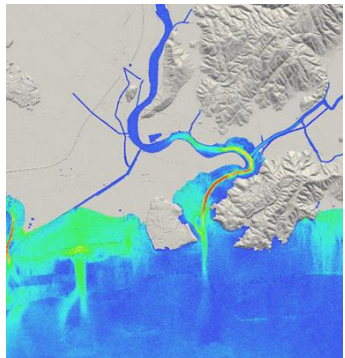
# 流体-剛体連成の通信

- 総和計算の部分だけ、通信(全体通信)が発生する。
- 移動後の重心、並進量、回転量の3つのベクトルを求める時に総和計算が行われる。
- 移動後の重心と並進量は同時に通信(全体通信)できるが、回転量は移動後の重心を用いて計算されるので、2回に分けて通信(全体通信)が行われる。
- 例えば、100個の剛体の場合、 $8(\text{size of double}) \times 6 \times 100$  byteと $8(\text{size of double}) \times 3 \times 100$  byteの2回の通信(全体通信)が行われる。
- 通信量(全体通信量)は少ない。

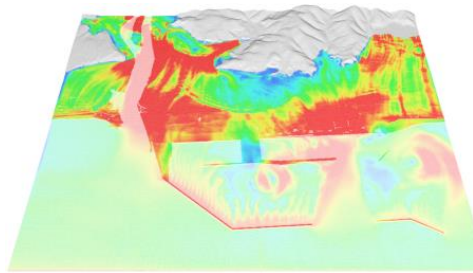


# 4つの計算モデル

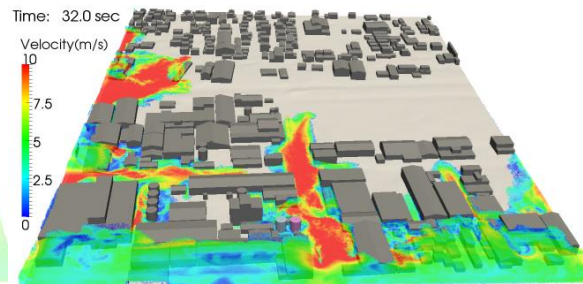
Model	Stage	Area	Buildings	Floating objects
A	<b>Second</b>	10.5km×10km	Non	Non
B	<b>Second</b>	4.5km×3km	Non	Non
C	<b>Third</b>	400m×550m	Modeling	Two (Tanks)
D	<b>Third</b>	660m×810m	Modeling	431(Building)



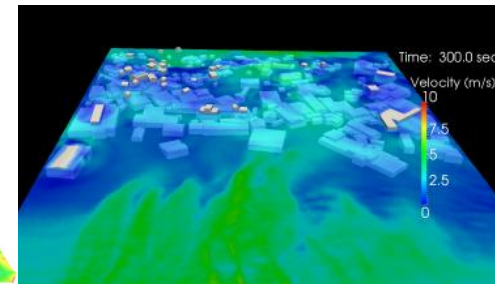
Model A



Model B



Model C



Model D

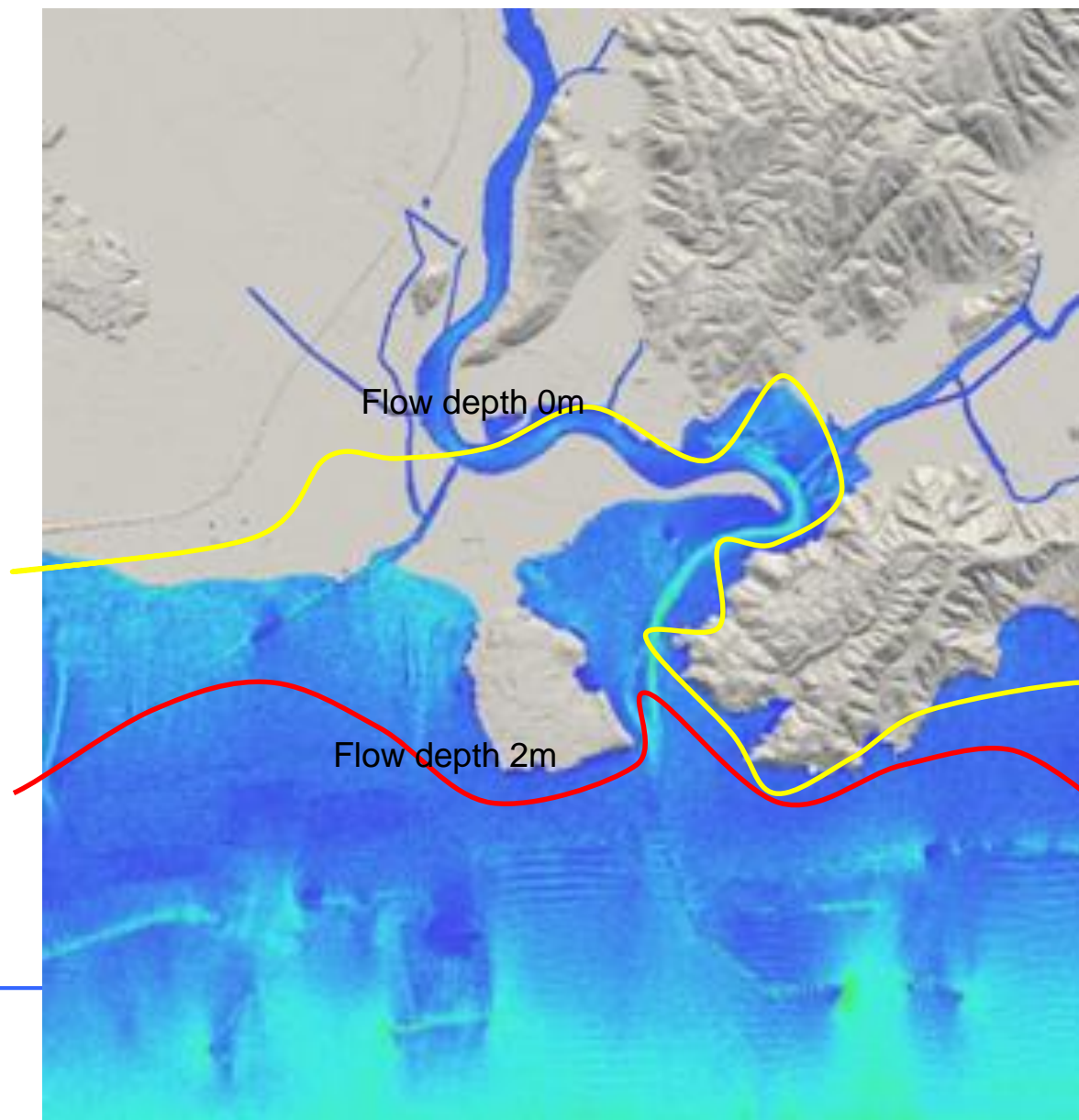
## Model A in 2<sup>nd</sup> stage: 石巻湾沿岸の広範囲津波遡上解析

- 粒子直径: 2m
- 解析領域 : 10.5km×10.0km
- 解析時間: 2000sec (33min)
- dt : 0.01s (or Courant number 0.1)

### 東京大学FX10 (Fujitsu Sparc)

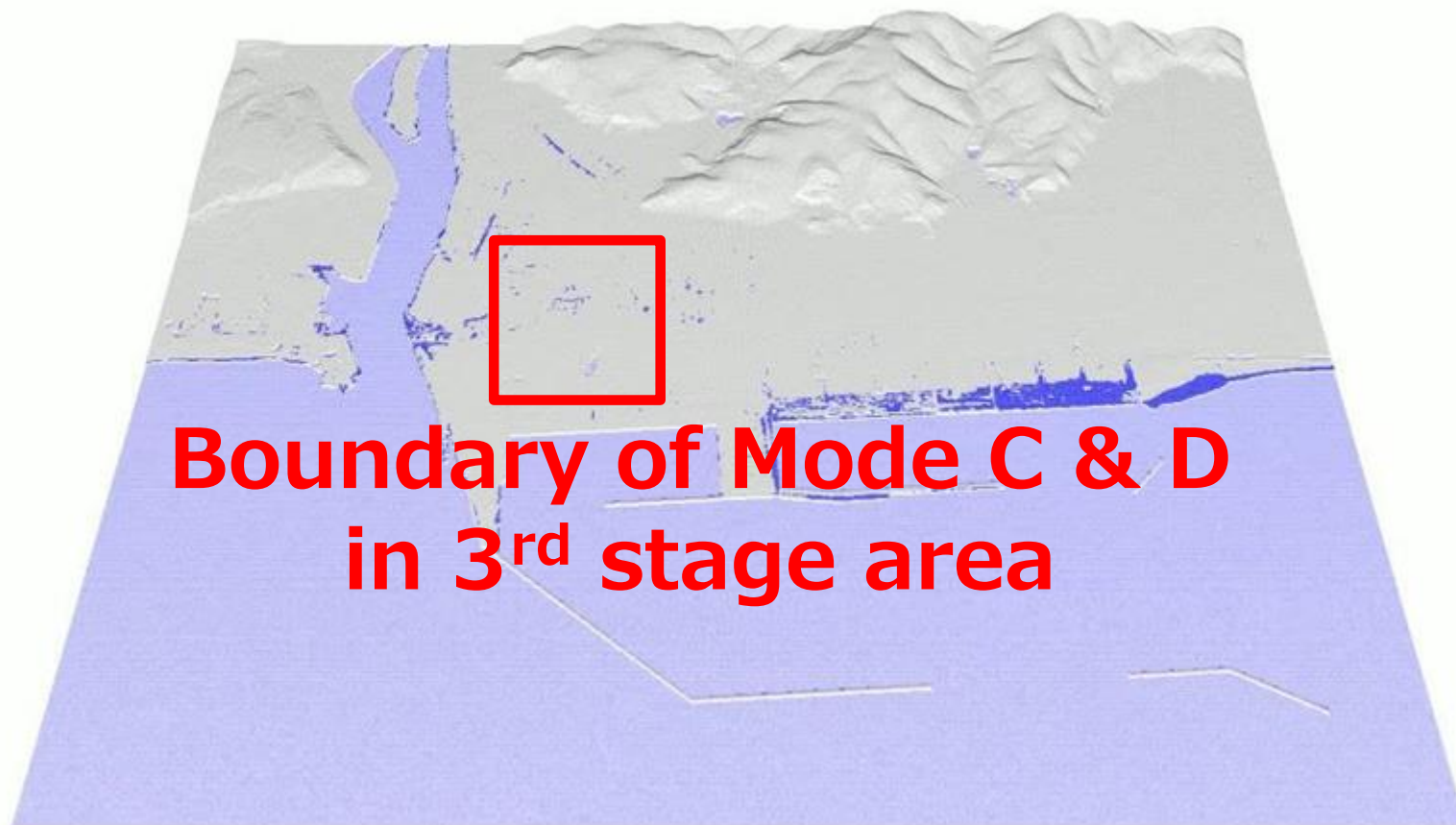
- 120 nodes (1920 cores) MPI + OpenMP
- 最大粒子数 : 1.3億
- 計算時間 : 3 days
- 1 time step (average): 2.4 sec

# MPS法と浅水長波方程式による差分法の計算結果の比較



## Model B in 2<sup>nd</sup> stage : 3<sup>rd</sup>ステージ解析のための流入境界条件を作成するための解析

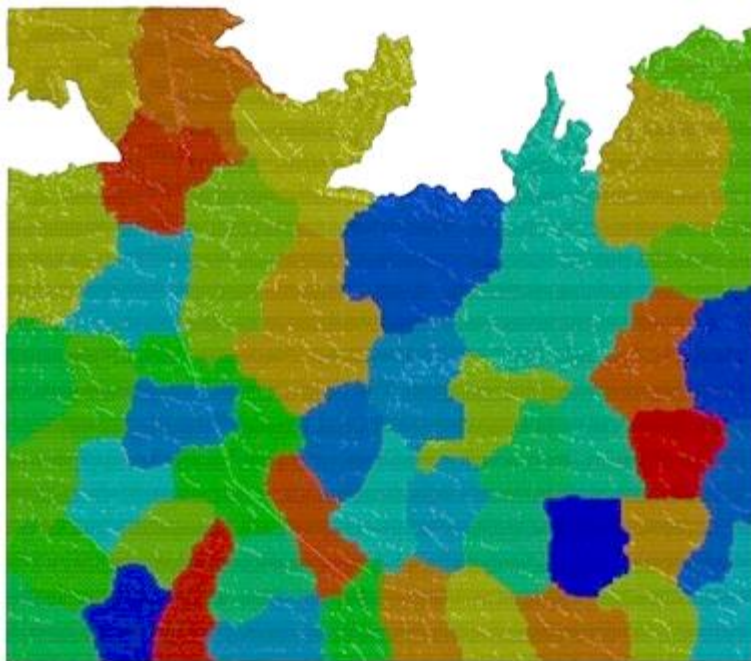
- 粒子直径: 1m
  - 解析領域 : 4.0km×3.5km
  - 解析時間 : 800sec
  - dt : Courant number=0.1
- 東京大学FX10 (Fujitsu Sparc) 144 nodes (1024 cores) MPI+OpenMP
- 最大粒子数: 2.6 億
  - 計算時間: 1 weak
  - 1 time step (average): 5.5 sec
  - Time of domain decomposition (average) : 60 sec



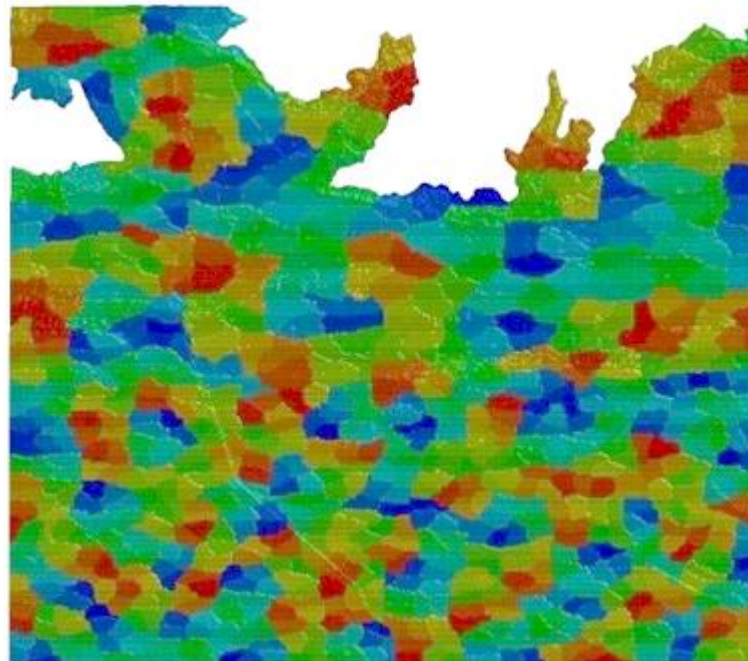
**Boundary of Mode C & D  
in 3<sup>rd</sup> stage area**

## 2階層の領域分割

第1段階目の領域分割

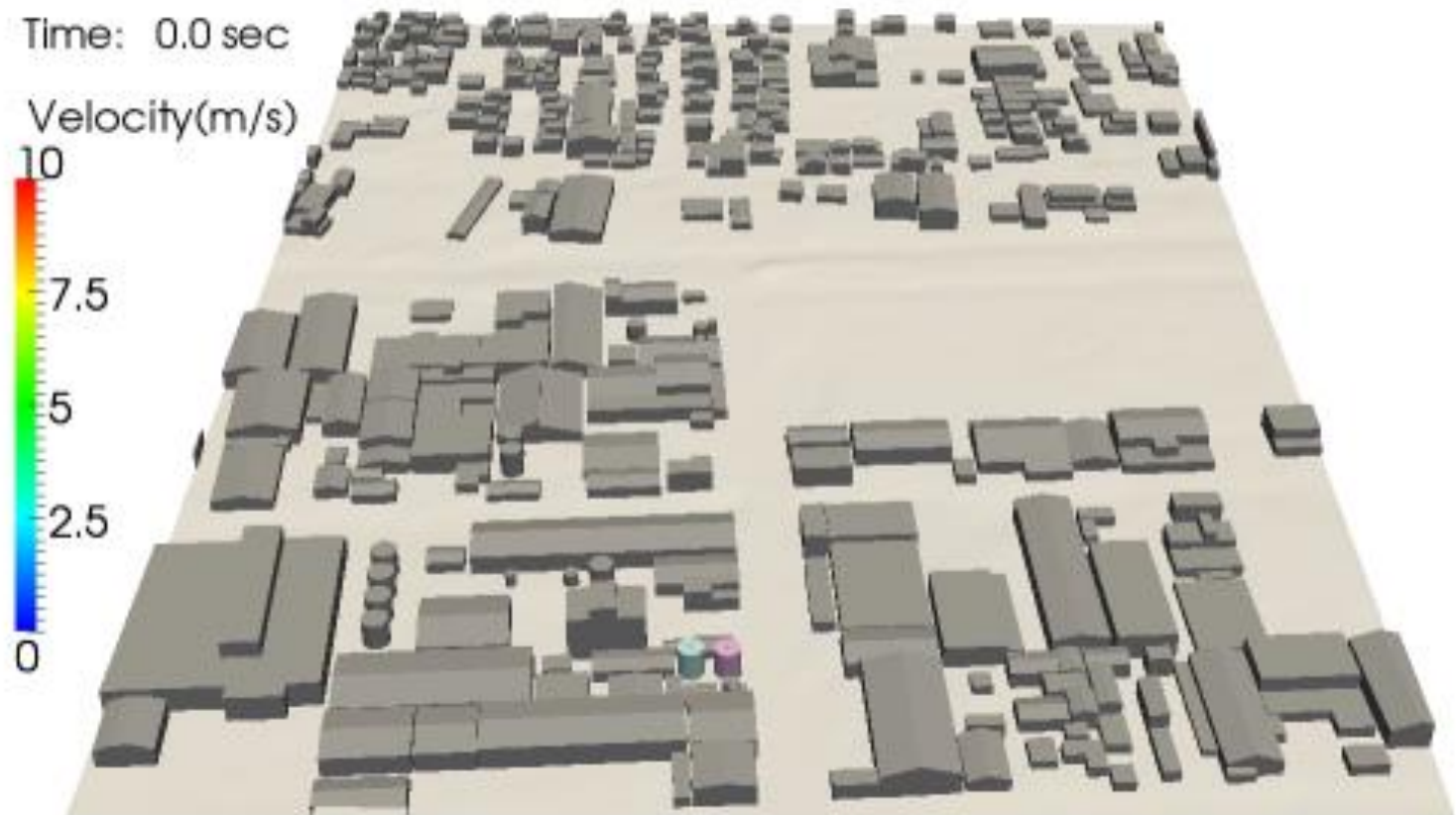


第2段階目の領域分割



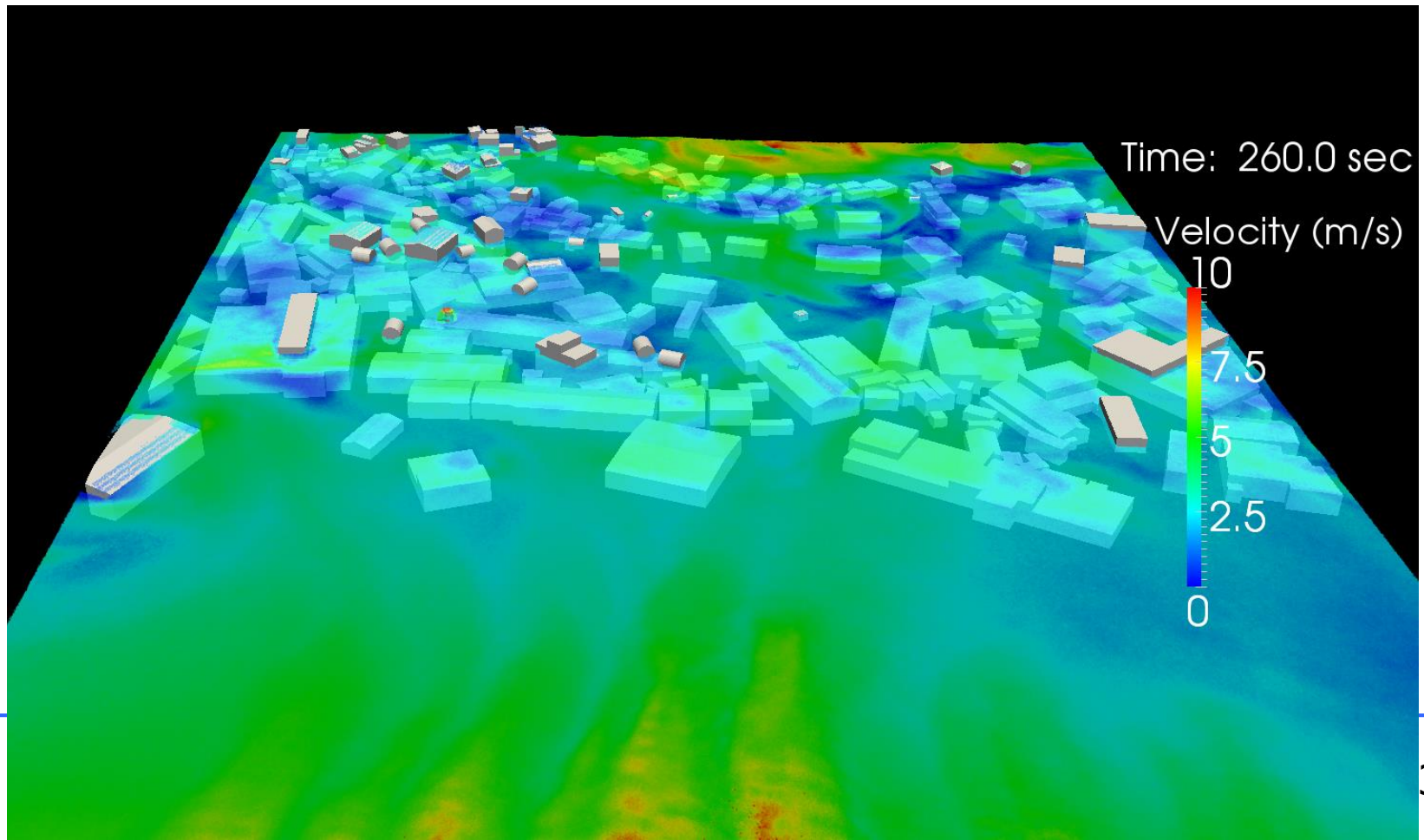
## Model C in 3<sup>rd</sup> stage : 2つのタンクが市街地を漂流する解析

- 粒子直径: 0.2m
  - 解析領域: 400m×550m
  - 解析時間: 200sec
  - dt : Courant number=0.1
  - Two tanks are released at 60 sec
- 九州大学CX400 (Intel Xeon) 32 nodes (512 cores) MPI+OpenMP
- 最大粒子数: 4.0 億
  - 計算時間: 30 days
  - 1 time step (average): 8.2 sec
  - Time of domain decomposition : 62 sec

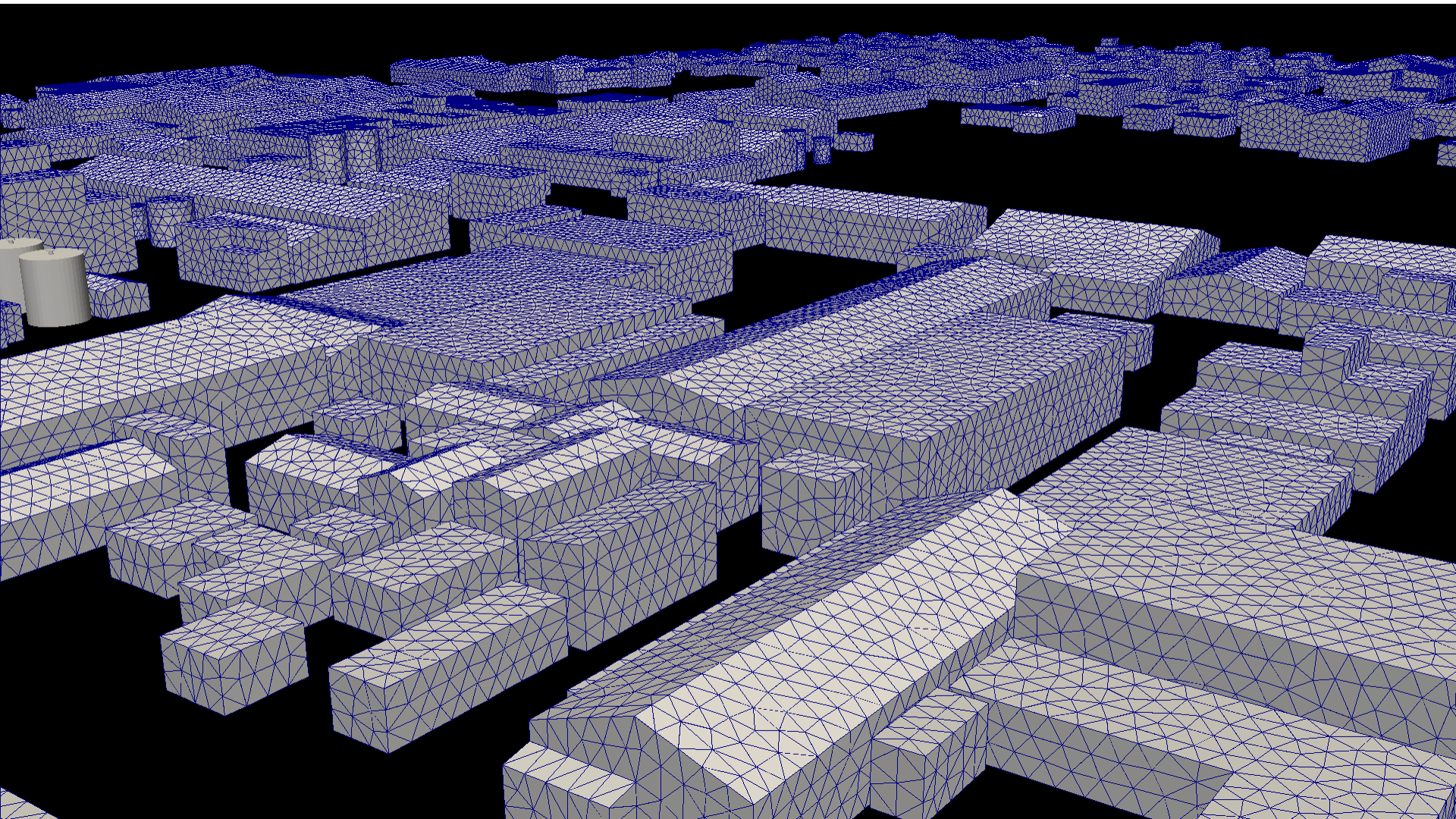


## Model D in 3<sup>rd</sup> stage : 431つの浮遊物が市街地を漂流する解析

- 粒子直径: 0.5m
  - 解析領域: 660m×810m
  - 解析時間: 400sec
  - dt : Courant number=0.1
  - All buildings are released at 200 sec
- 九州大学CX400 (Intel Xeon) 72 nodes (1152 cores) MPI+OpenMP
- 最大粒子数: 80 millions
  - 計算時間: 40 hours
  - 1 time step (average): 0.78 sec
  - Time of domain decomposition (average): 4 sec



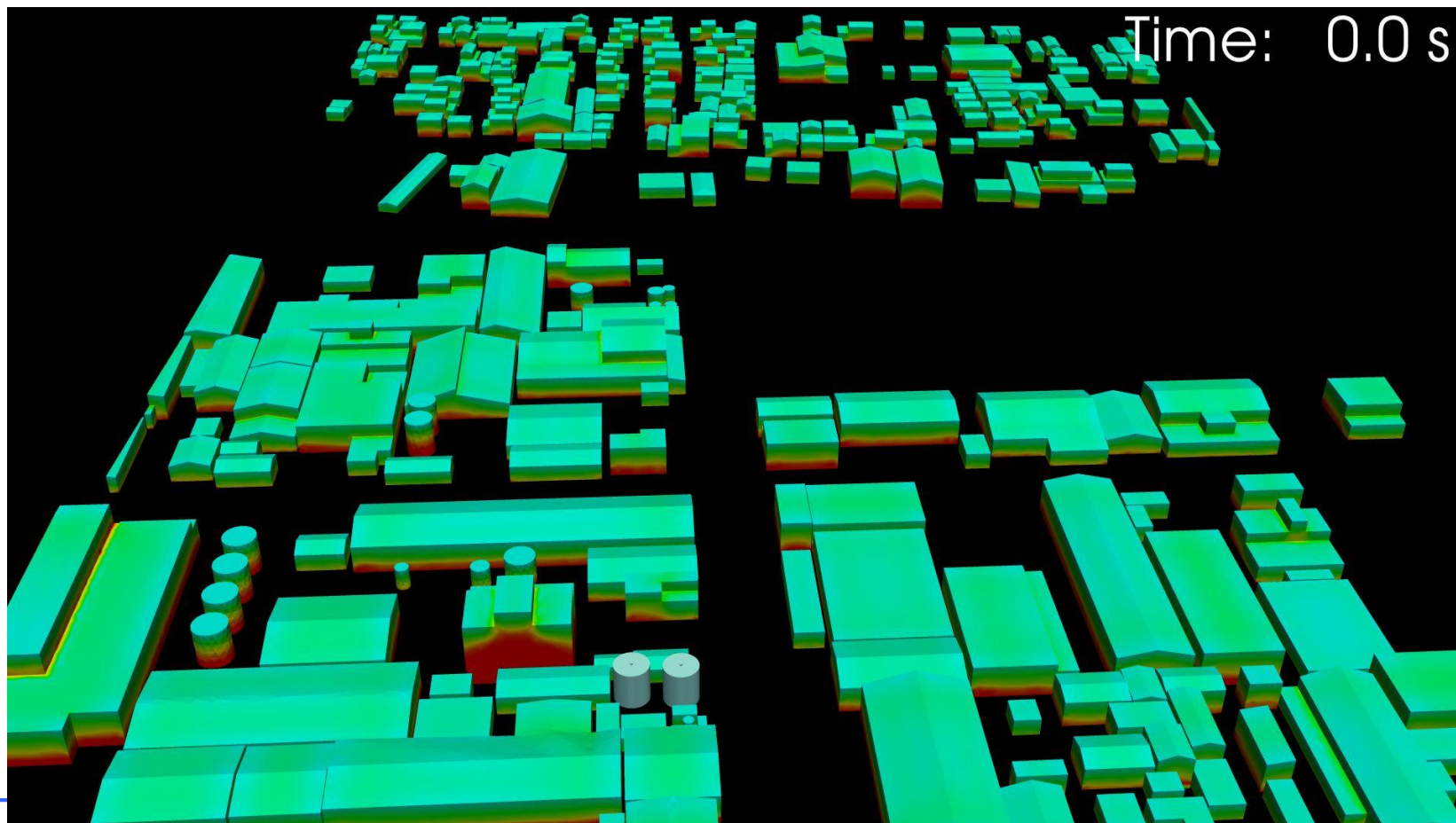
# 石巻市街地のメッシュモデル メッシュサイズ2m



## 第3の解析：地上構造物に線形応力解析を行った市街地浸水解析

名古屋大学CX400 (Intel Xeon) 32 nodes (768 cores) MPI+OpenMP

- 流体解析: 4000万粒子(0.5m) by 分散並列MPS陽解法
- 構造解析: 100万要素(2m) by ADVENTURE\_Solid v1.21
- 連成方法: 流体圧力を構造に渡す片方向連成
- 計算時間: 74時間



---

# 目次

- MPS陽解法
- 並列計算
- 津波解析
- MPS陽解法とMPS半陰解法の比較

# MPS陽解法(E-MPS法)

流体の密度:  $\rho$

位置:  $\vec{r}$

速度:  $\vec{u}$

圧力:  $P$

動粘性係数:  $\nu$

重力加速度:  $\vec{g}$

初期化

重力・粘性による力の計算

$$\vec{u}^* = \vec{u}^k + \Delta t [\nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g}]^k$$

速度・位置更新

$$\vec{r}^* = \vec{r}^k + \Delta t \vec{u}^*$$

Halo exchange

圧力計算

$$P_i = c^2 \rho \frac{n_i - n_0}{n_0}$$

圧力を粒子数密度差から陽的に求める

Halo exchange

圧力勾配による力の計算

$$\vec{u}' = -\frac{\Delta t}{\rho} [\nabla P]^{k+1}$$

速度・位置更新

$$\vec{u}^{k+1} = \vec{u}^* + \vec{u}'$$

Halo exchange

$$\vec{r}^{k+1} = \vec{r}^* + \Delta t \vec{u}'$$

終了判定

終了

$$P_i = c^2 \rho \frac{n_i - n_0}{n_0} \quad \leftarrow \frac{dP}{d\rho} = c^2$$

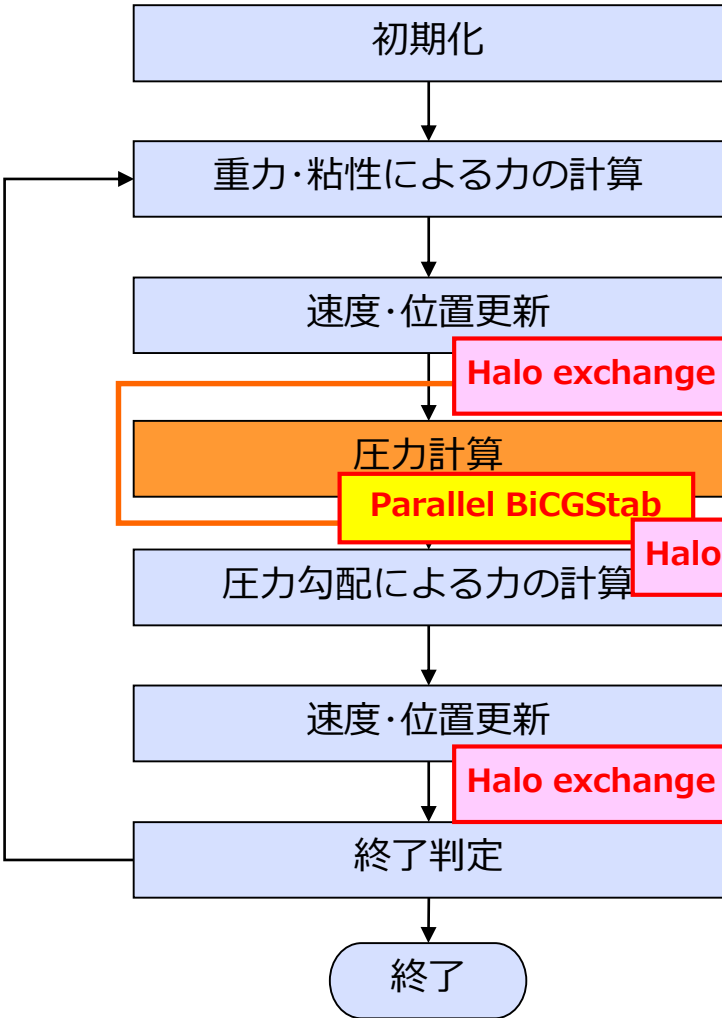
$c$  音速 [m/s]

$n_i$  粒子*i*の粒子数密度

$n_0$  粒子数密度の基準値

# MPS半陰解法(SI-MPS法)

流体の密度:  $\rho$   
 位置:  $\vec{r}$   
 速度:  $\vec{u}$   
 圧力:  $P$   
 動粘性係数:  $\nu$   
 重力加速度:  $\vec{g}$



$$\vec{u}^* = \vec{u}^k + \Delta t [\nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g}]^k$$

$$\vec{r}^* = \vec{r}^k + \Delta t \vec{u}^*$$

$$\nabla^2 P^{k+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^* - n_0}{n_0}$$

圧力のポアソン方程式

$$\vec{u}' = -\frac{\Delta t}{\rho} [\nabla P]^{k+1}$$

$$\vec{u}^{k+1} = \vec{u}^* + \vec{u}'$$

$$\vec{r}^{k+1} = \vec{r}^* + \Delta t \vec{u}'$$

# MPS, SI-MPS, LS-MPS

Method	Explicit MPS (E-MPS)	Semi-Implicit MPS (SI-MPS)	Least Square MPS (LS-MPS)
Published year	2010 [1]	1996 [2]	2014 [3]
To obtain pressure	Pressure state equation ( <b>explicit</b> )	Pressure Poisson equation ( <b>implicit</b> )	
Gradient operator	Gradient model of original MPS (not consistency)		First-order polynomial approximation
Laplacian operator	Laplacian model of original MPS (not consistency)		Second-order polynomial approximation
Pressure oscillation	High (×)	Low (○)	Very low (○)
Accuracy	Low (×)	Medium (△)	High (○)
Calculation time	Very short (○)	Long (×)	Long (×)
Required Memory	Very small (○)	Large (×)	Large (×)

[1] A. Shakibaeinia, Y. C. Jin: A Weakly Compressible MPS Method for Modeling of Open-boundary Free-surface Flow, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 63, pp. 1208-1232, 2010.

[2] S. Koshizuka, and Y. Oka: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, 123, pp. 421-434, 1996.

[3] T. Tamai, S. Koshizuka: Least squares moving particle semi-implicit method, Computational Particle Mechanics, DOI10.1007/s40571-014-0027-2, July, 2014.

# To calculate pressure

Explicit MPS

$$P_i^{k+1} = c^2 \rho \frac{n_i^* - n_0}{n_0}$$

粒子数密度

$$n_i^* = \sum_{j \neq i} w \left( \left\| \vec{r}_j^* - \vec{r}_i^* \right\| \right)$$

## Semi-Implicit MPS & Least Square MPS

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{k+1} = (1 - \alpha) \frac{\rho^0}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{v} \rangle_i^* + \alpha \frac{\rho^0}{(\Delta t)^2} \frac{n^0 - n_i^*}{n^0}$$

Method	$\alpha$
Original Semi-Implicit MPS	1.0
Incompressible SPH [2]	1.0
Projection SPH [3]	0.0

Mixed source term by Tanaka [1]

$\alpha = 0.05$

$\alpha$	mass conservation	pressure oscillation
$\alpha = 1.0$	Kept (○)	High (×)
$\alpha = 0.0$	Not kept (×)	Low (○)
$\alpha > 0.01$	Almost kept (○)	Low (○)

[1] M. Tanaka, T. Masunaga: Stabilization and Smoothing of Pressure on MPS Method by Quasi-Compressibility, Transactions of JSCES, Paper Number 20080025, 8pages, 2008.

[2] S. Shao & E. YM Lo: Incompressible SPH method for simulating newtonian and non-newtonian flows with a free surface. Advances in Water Resources, Vol. 26, No. 7, pp. 787-800, 2003.

[3] S. J. Cummins & M. Rudman: An SPH projection method. Journal of computational physics, Vol. 152, No. 2, pp. 584-607, 1999.

# Gradient & Laplacian operators

$\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  : position vector

## Explicit MPS

越塚によるMPS勾配, ラプラシアン作用素 (工学的近似)

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j + P_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right]$$

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0} \sum_{j \neq i} [(P_j - P_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)]$$

## Semi-Implicit MPS

越塚によるMPS勾配, ラプラシアン作用素 (工学的近似)

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j - \hat{P}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right]$$

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i = \frac{2d}{\lambda^0} \sum_{j \neq i} [(P_j - P_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)]$$

# Gradient & Laplacian operators

$\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  : position vector

$$x_{ij} = \frac{x_j - x_i}{r_s} \quad y_{ij} = \frac{y_j - y_i}{r_s} \quad z_{ij} = \frac{z_j - z_i}{r_s}$$

## Least Square MPS

テイラー展開に基づく最小 2 乗近似を用いた高次精度微分作用素

任意次数の多項式を基底にあつかえ、フリーメッシュ向けコンパクトスキームであることが特徴

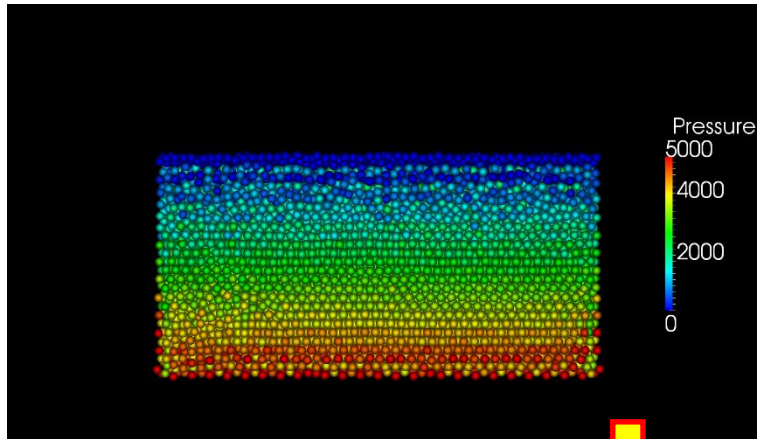
$$\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} r_s \\ \frac{\partial P}{\partial y} r_s \\ \frac{\partial P}{\partial z} r_s \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} r_s^2 / 2 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} r_s^2 / 2 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} r_s^2 / 2 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} r_s^2 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} r_s^2 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z} r_s^2 \end{pmatrix} = \sum_{j \neq i} w \left( \frac{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|}{r_s} \right) \begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \\ x_{ij} x_{ij} \\ y_{ij} y_{ij} \\ z_{ij} z_{ij} \\ x_{ij} y_{ij} \\ x_{ij} z_{ij} \\ y_{ij} z_{ij} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \\ x_{ij} x_{ij} \\ y_{ij} y_{ij} \\ z_{ij} z_{ij} \\ x_{ij} y_{ij} \\ x_{ij} z_{ij} \\ y_{ij} z_{ij} \end{pmatrix}^{-1} \sum_{j \neq i} w \left( \frac{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|}{r_s} \right) (P_j - P_i) \begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \\ x_{ij} x_{ij} \\ y_{ij} y_{ij} \\ z_{ij} z_{ij} \\ x_{ij} y_{ij} \\ x_{ij} z_{ij} \\ y_{ij} z_{ij} \end{pmatrix}$$

$$\nabla P = \left( \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z} \right)^T$$

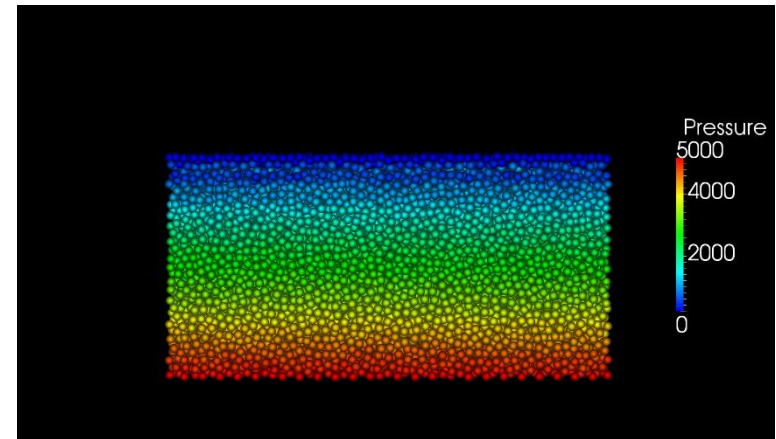
$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$$

# Hydrostatic pressure

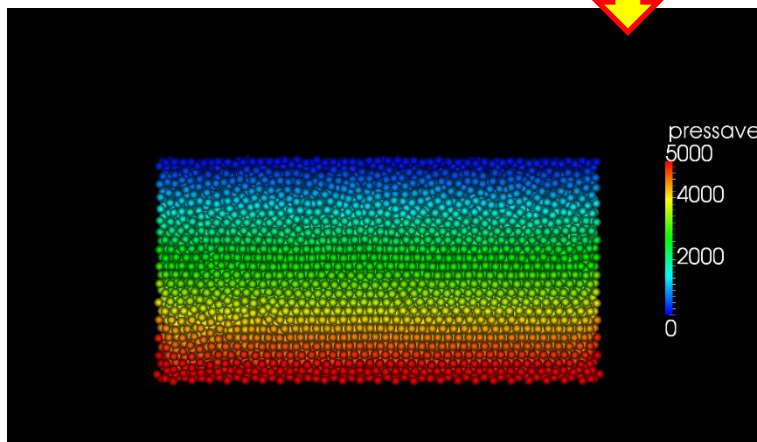
(a) Explicit MPS



(c) Semi-implicit MPS

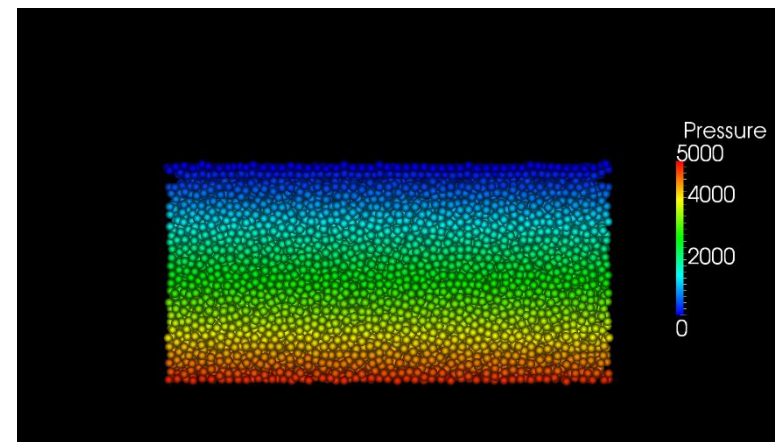


(b) Explicit MPS smoothed



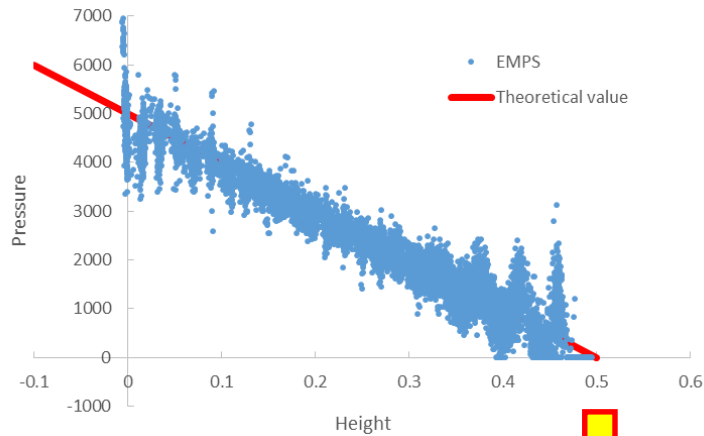
Pressure  
smoothing

(d) Least Square MPS

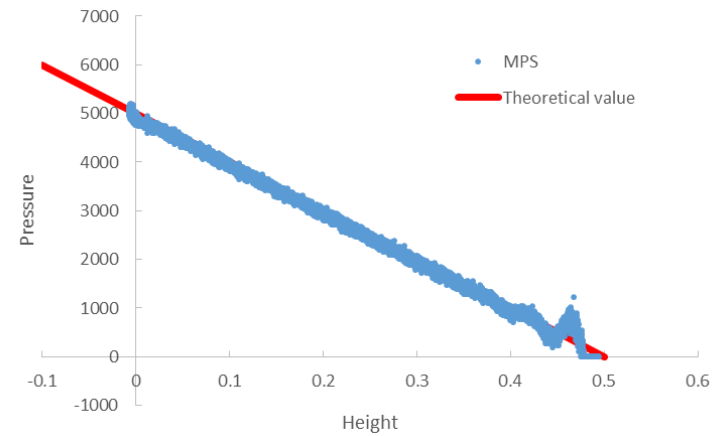


# Pressure of fluid particles

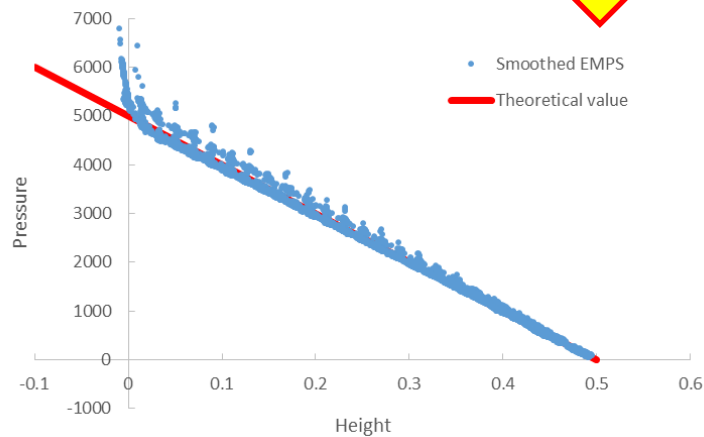
(a) Explicit MPS



(c) Semi-implicit MPS

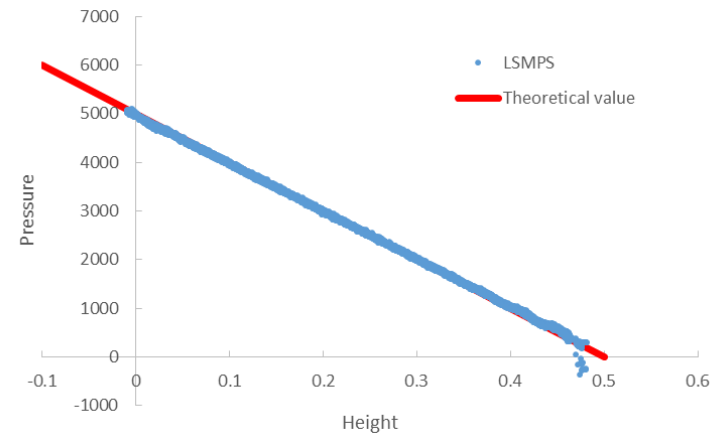


(b) Explicit MPS smoothed



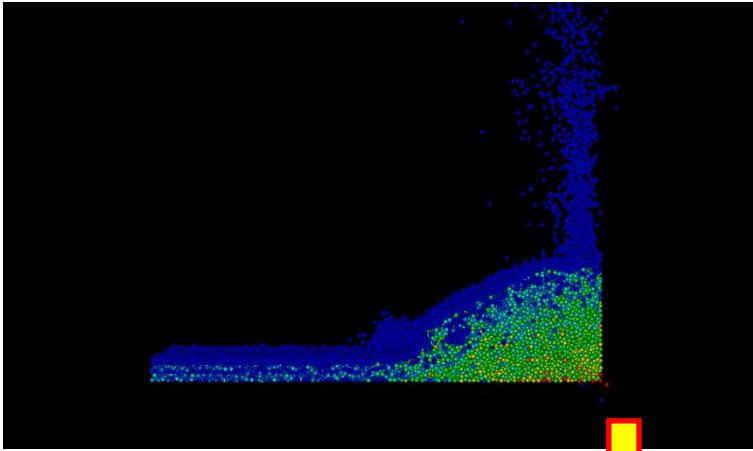
Pressure  
smoothing

(d) Least Square MPS

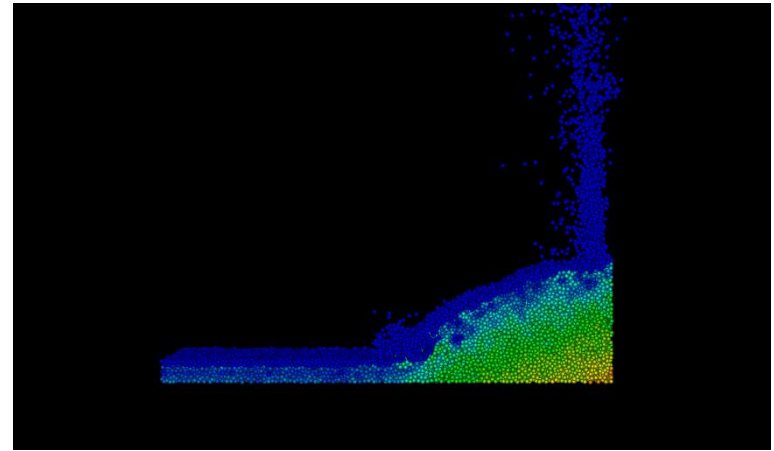


# Dambreak (screen shots)

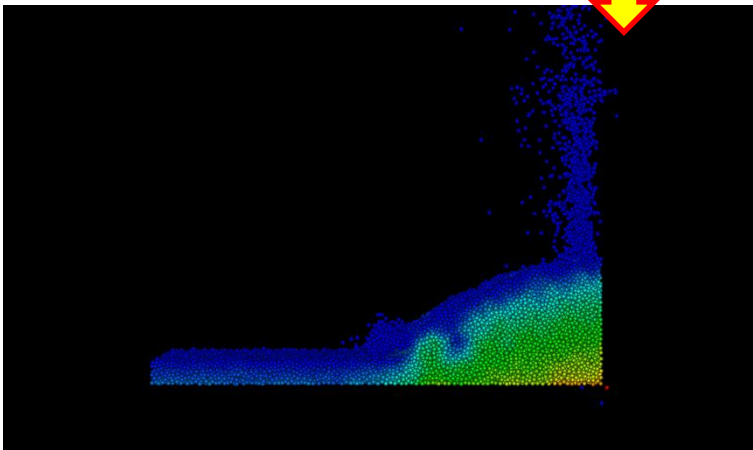
(a) Explicit MPS



(c) Semi-implicit MPS

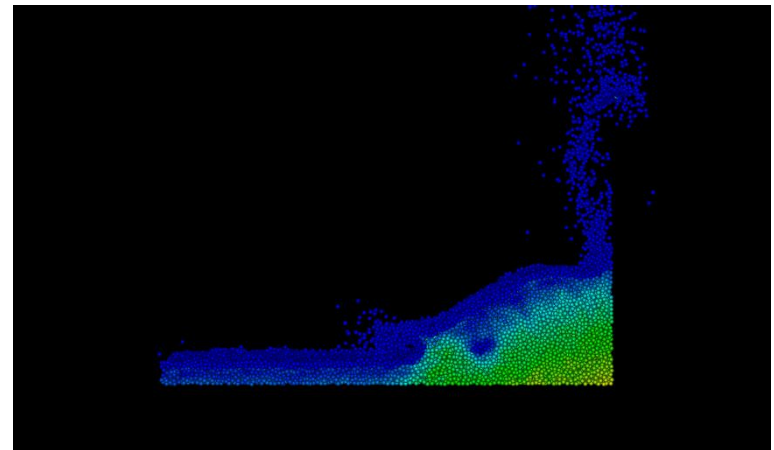


(b) Explicit MPS smoothed

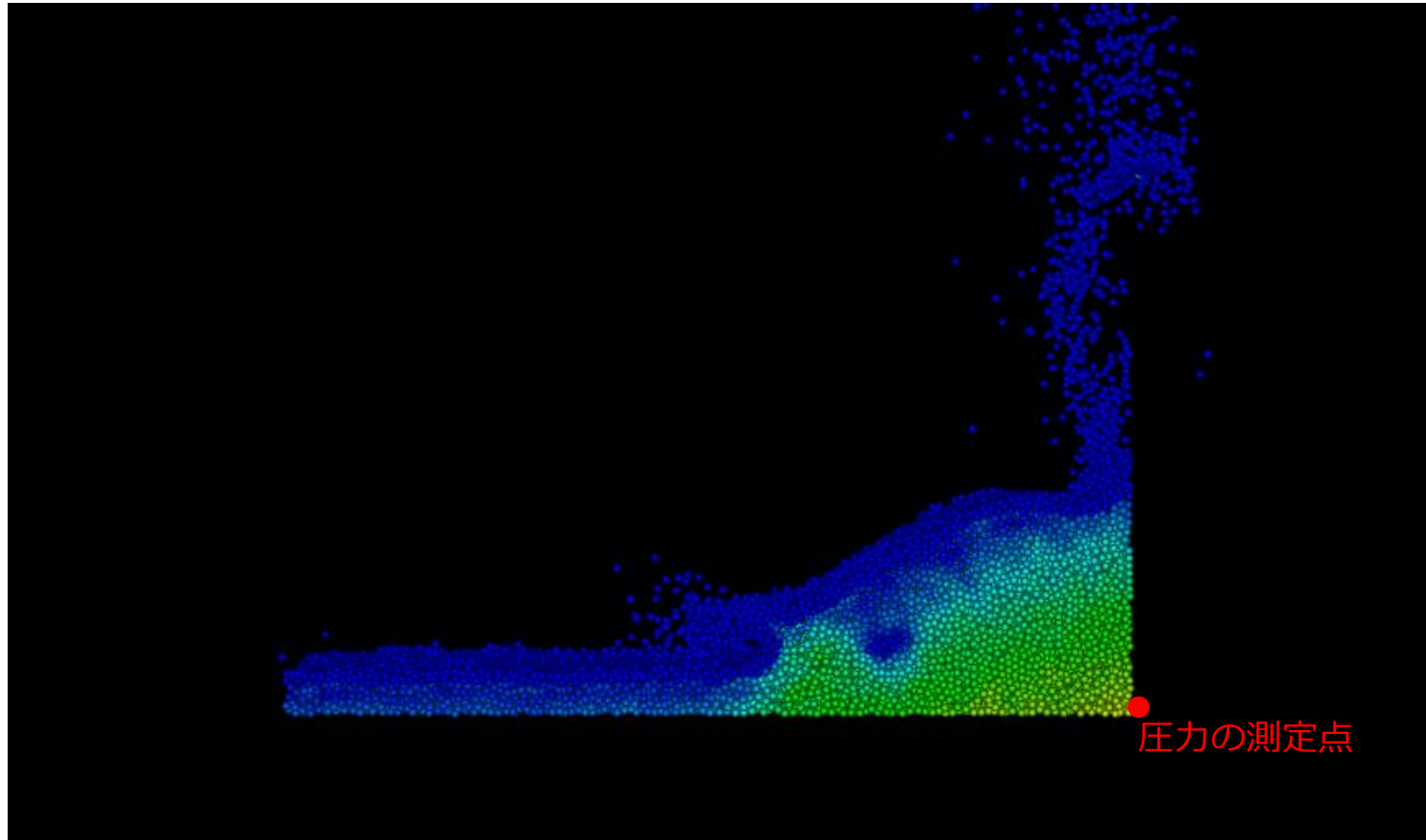


Pressure  
smoothing

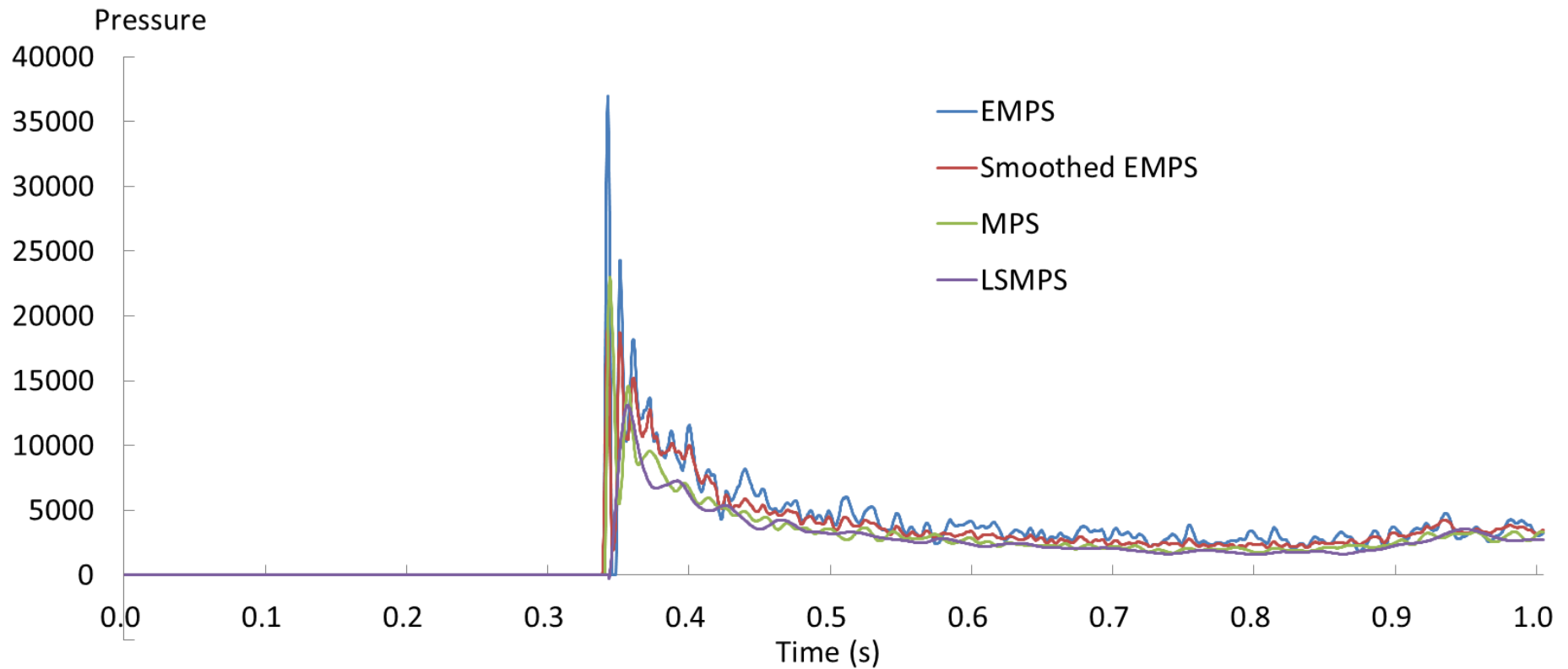
(d) Least Square MPS

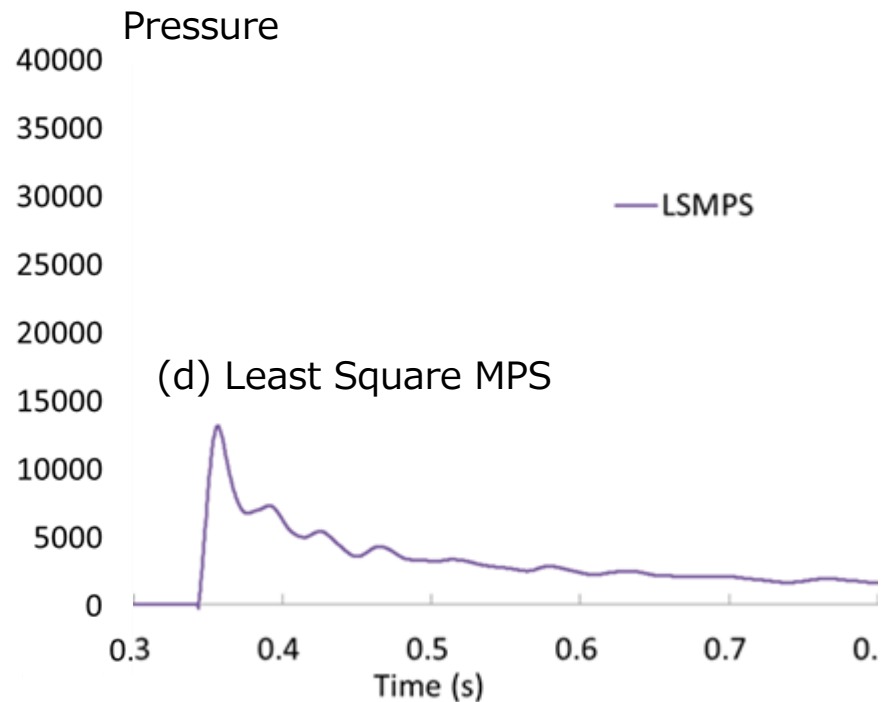
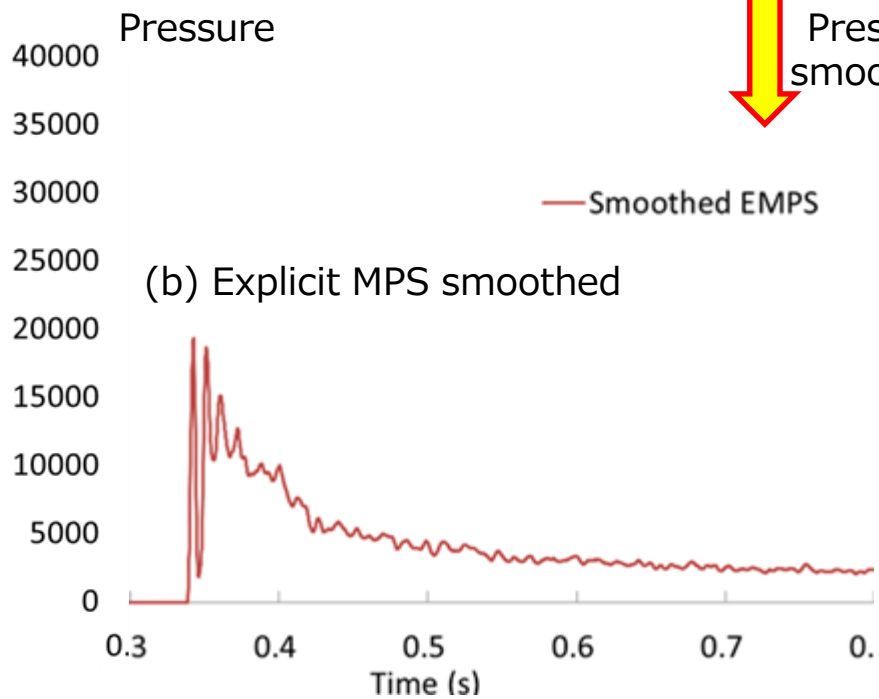
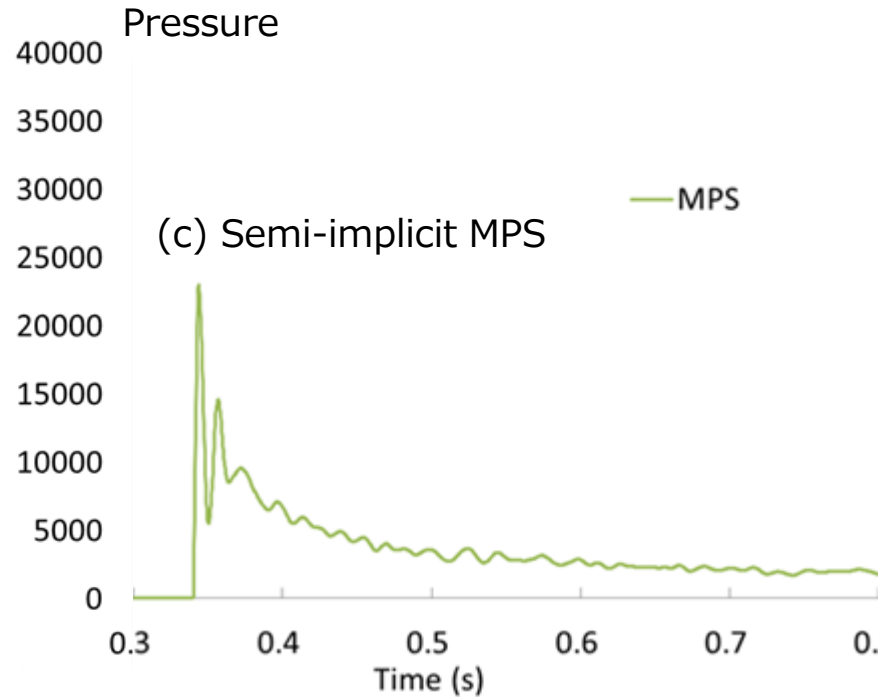
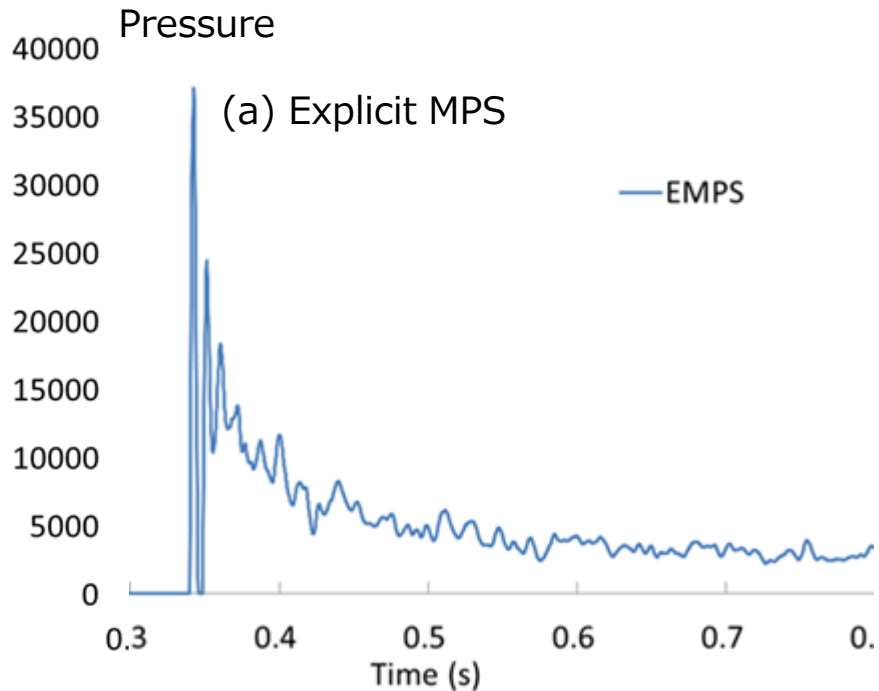


# 圧力の測定



# 圧力の測定





# Consistency

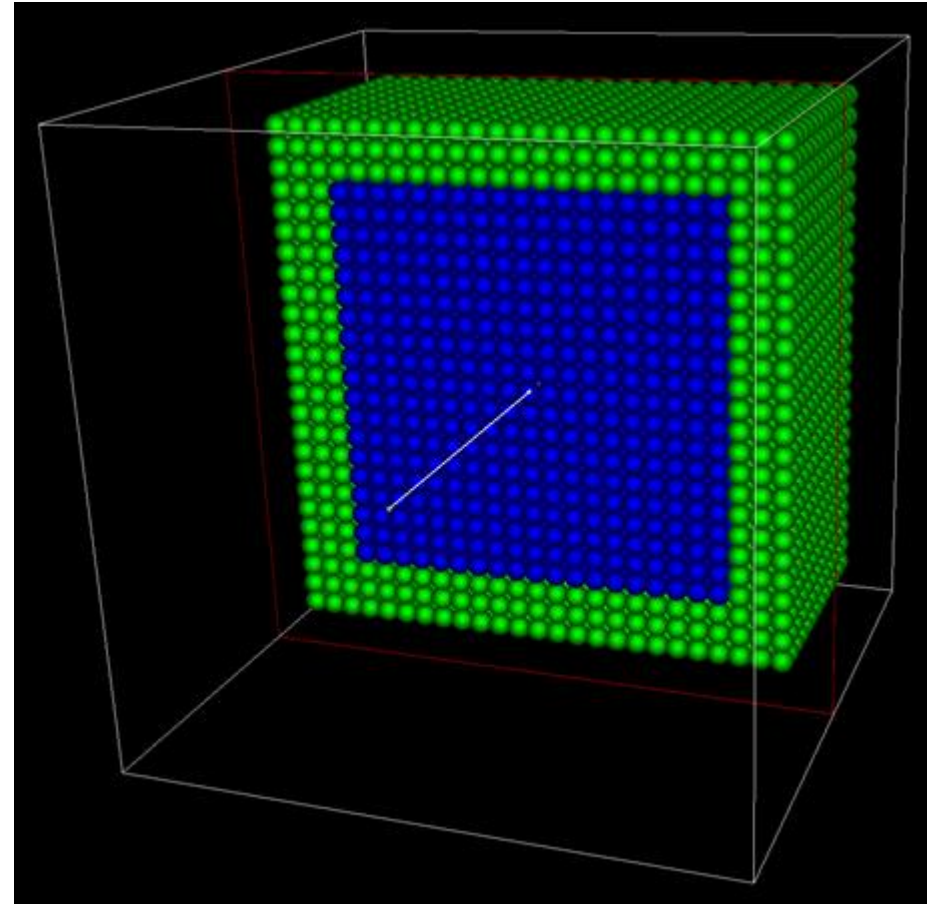
- 粒子配置
  - 規則配置
  - 不規則配置：規則配置に最大  $l_0 \times 0.5$  の摂動を加える
- 空間離散化スキーム
  - Original MPS
  - Least Square MPS.
- 3次元
- $l_0$  : 0.02, 0.01, 0.005, 0.002
- 影響半径 :  $3.1l_0$  or  $4.1l_0$
- 領域外に3層のDirichlet粒子を配置
- 評価関数は、

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\pi^3} \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z),$$

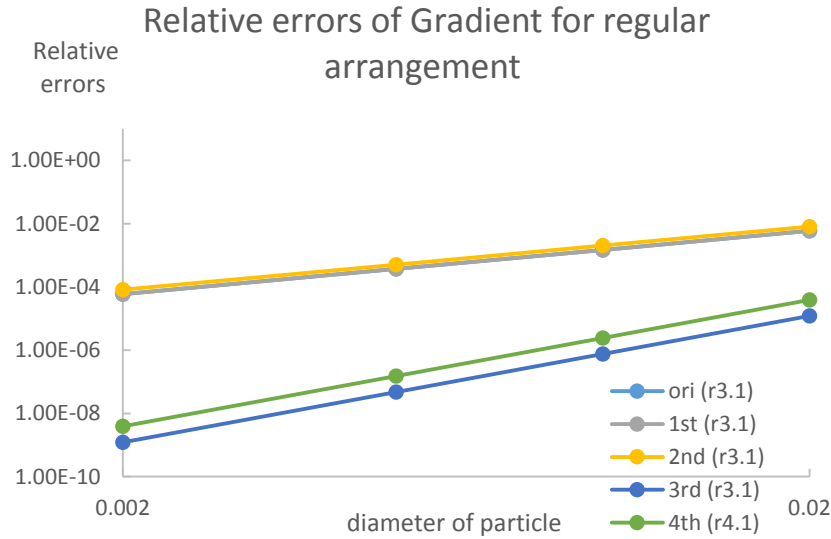
$$x, y, z \in [0.1, 0.4]$$

青粒子：流体粒子（評価粒子）

緑粒子：Dirichlet粒子（非評価粒子）

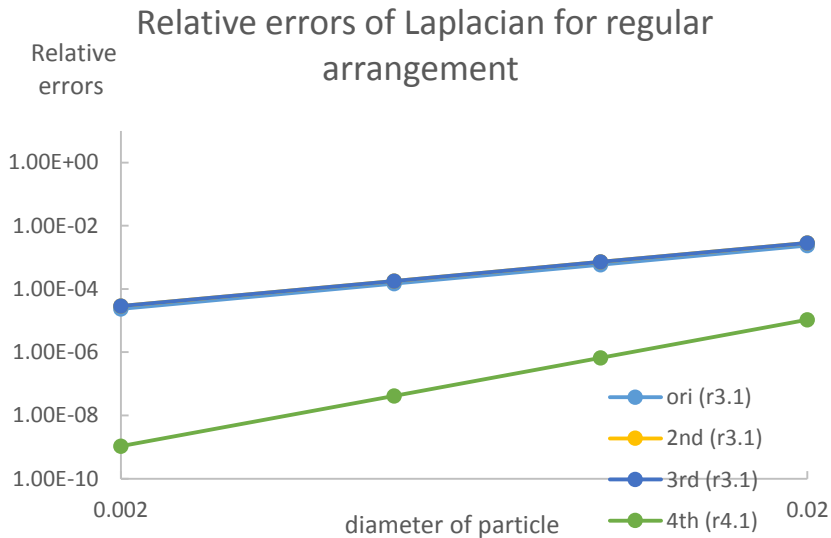


# 相对误差：Gradient & Laplacian近似作用素 規則粒子配置



Relative errors of Gradient

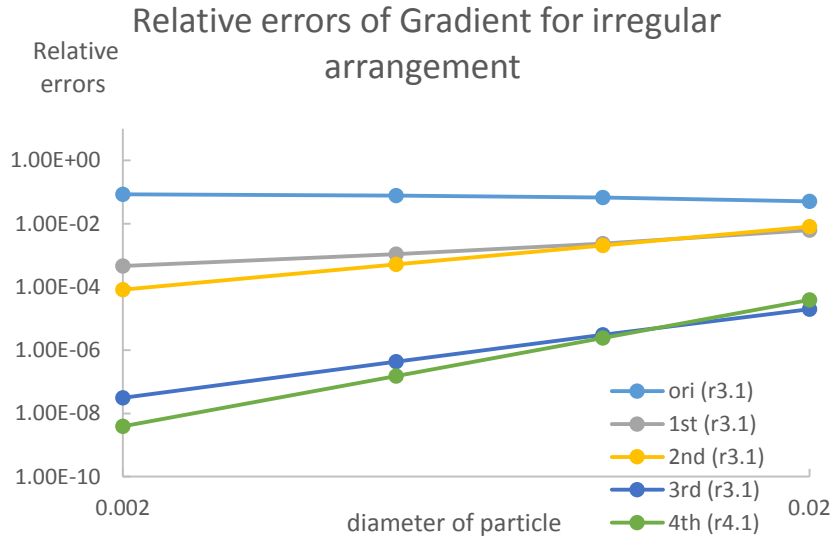
Diameter	0.02	0.01	0.005	0.002	Convergence rate	
ori (r3.1)	5.94E-03	1.49E-03	3.72E-04	5.95E-05	2.00	
1st (r3.1)	5.94E-03	1.49E-03	3.72E-04	5.95E-05	2.00	1.00
2nd (r3.1)	8.15E-03	2.04E-03	5.10E-04	8.16E-05	2.00	2.00
3rd (r3.1)	1.22E-05	7.64E-07	4.78E-08	1.22E-09	4.00	3.00
4th (r4.1)	3.86E-05	2.42E-06	1.51E-07	3.87E-09	4.00	4.00



Relative errors of Laplacian

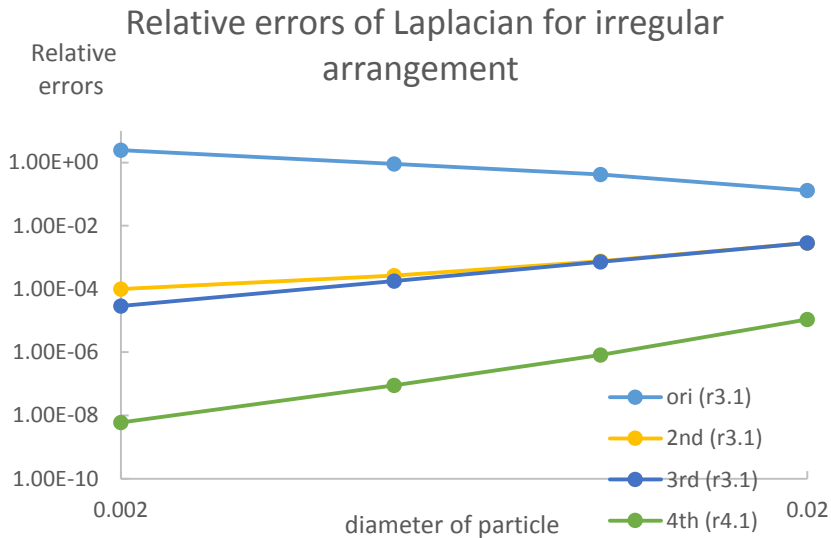
Diameter	0.02	0.01	0.005	0.002	Convergence rate	
ori (r3.1)	2.35E-03	5.89E-04	1.47E-04	2.36E-05	2.00	
2nd (r3.1)	2.86E-03	7.15E-04	1.79E-04	2.86E-05	2.00	1.00
3rd (r3.1)	2.86E-03	7.15E-04	1.79E-04	2.86E-05	2.00	2.00
4th (r4.1)	1.06E-05	6.62E-07	4.14E-08	1.06E-09	4.00	3.00

# 相對誤差：Gradient & Laplacian 近似作用素 不規則粒子配置



Relative errors of Gradient

Diameter	0.02	0.01	0.005	0.002	Convergence rate	
ori (r3.1)	5.09E-02	6.75E-02	7.75E-02	8.59E-02	-0.23	
1st (r3.1)	6.22E-03	2.33E-03	1.10E-03	4.62E-04	1.13	1.00
2nd (r3.1)	8.17E-03	2.05E-03	5.12E-04	8.20E-05	2.00	2.00
3rd (r3.1)	1.97E-05	3.05E-06	4.34E-07	3.10E-08	2.80	3.00
4th (r4.1)	3.85E-05	2.41E-06	1.51E-07	3.86E-09	4.00	4.00



Relative errors of Laplacian

Diameter	0.02	0.01	0.005	0.002	Convergence rate	
ori (r3.1)	1.30E-01	4.17E-01	9.00E-01	2.45E+00	-1.27	
2nd (r3.1)	2.83E-03	7.50E-04	2.64E-04	9.87E-05	1.46	1.00
3rd (r3.1)	2.87E-03	7.18E-04	1.80E-04	2.87E-05	2.00	2.00
4th (r4.1)	1.08E-05	8.16E-07	8.97E-08	5.92E-09	3.26	3.00

# Verification model of Poisson equation with Neumann and Dirichlet BCs

- 粒子配置
  - 不規則配置：規則配置に最大  $l_0 \times 0.5$  の擾動を加える
- 空間離散化スキーム
  - Original MPS
  - Least Square MPS.
- 影響半径：  $3.1l_0$

Blue particles : Fluid particles

Green particles : Dirichlet particles

Red particles : Neumann particles

Poisson equation

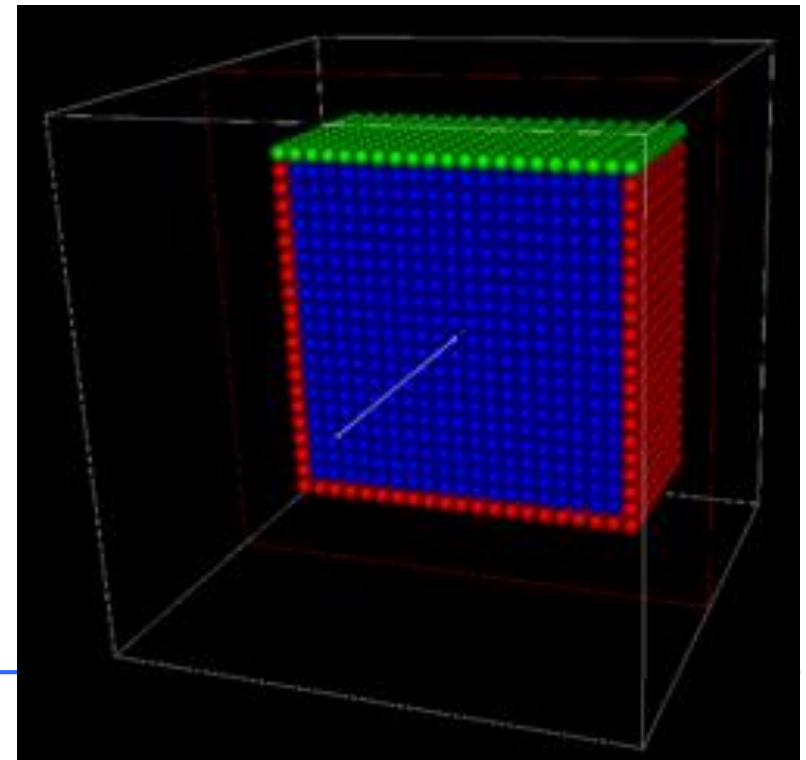
$$\langle \nabla^2 f \rangle_i = \nabla^2 f(\vec{r}_i) \quad \text{in } \Omega$$

$$f_i = f(\vec{r}_i) \quad \text{on } \Gamma_D$$

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \vec{n}} \right\rangle_i = \frac{\partial f}{\partial \vec{n}}(\vec{r}_i) \quad \text{on } \Gamma_N$$

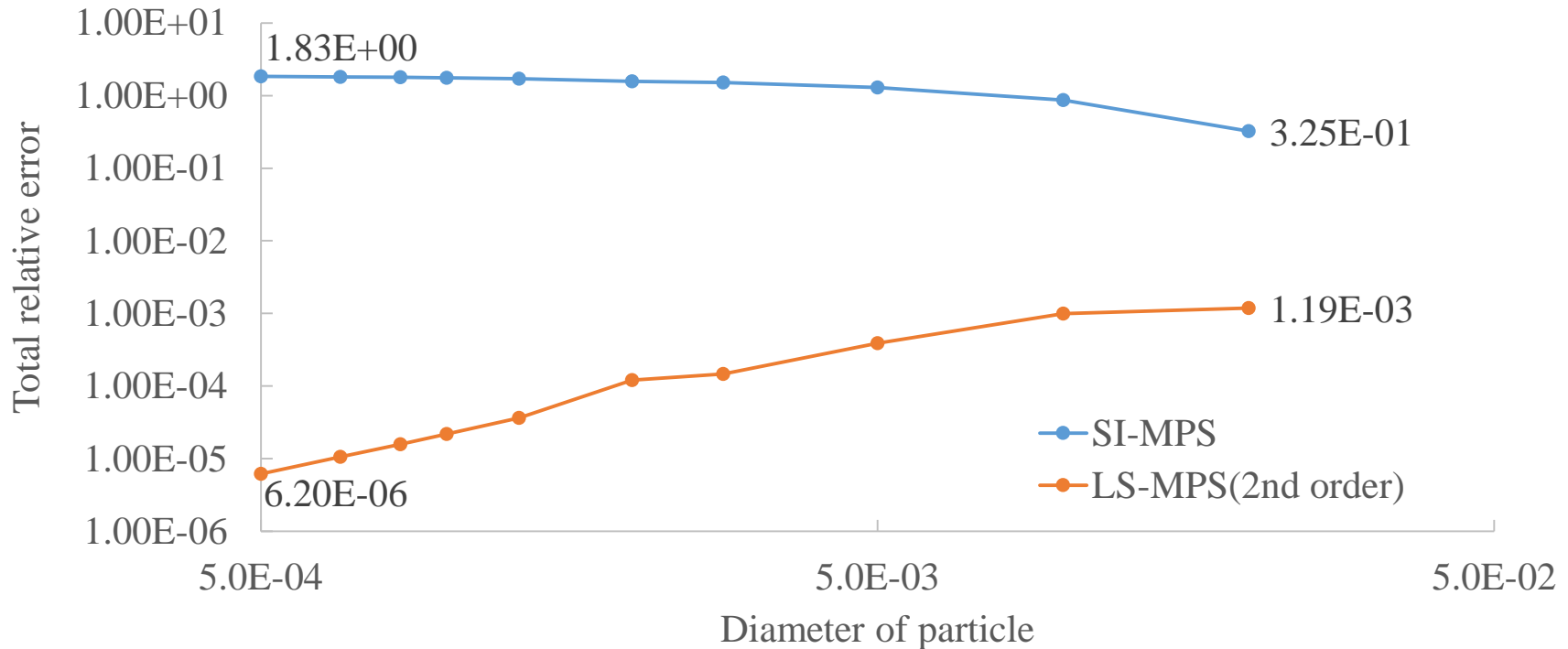
$$f(x, y, z) = \frac{1}{\pi^3} \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z),$$

$$x, y, z \in [0.1, 0.4]$$



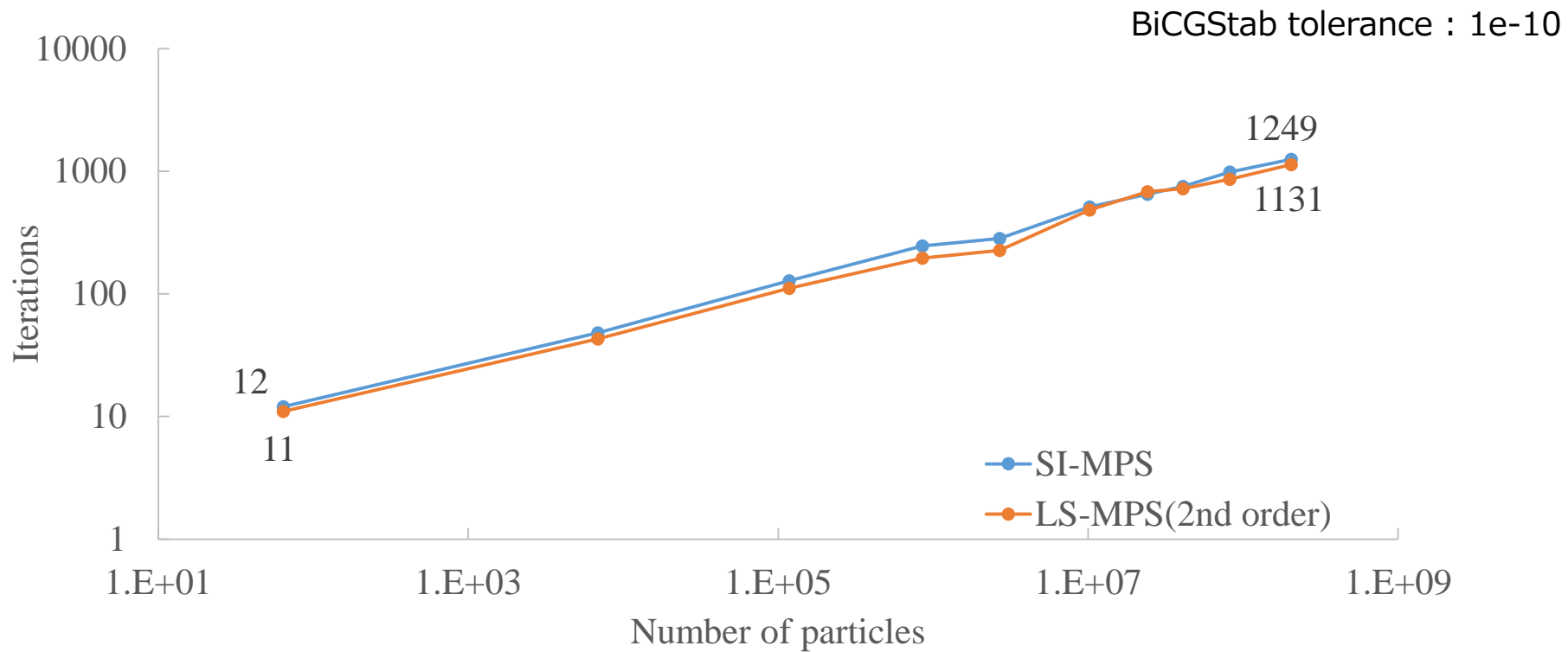
# Convergence of Poisson equation

BiCGStab tolerance :  $1e-10$



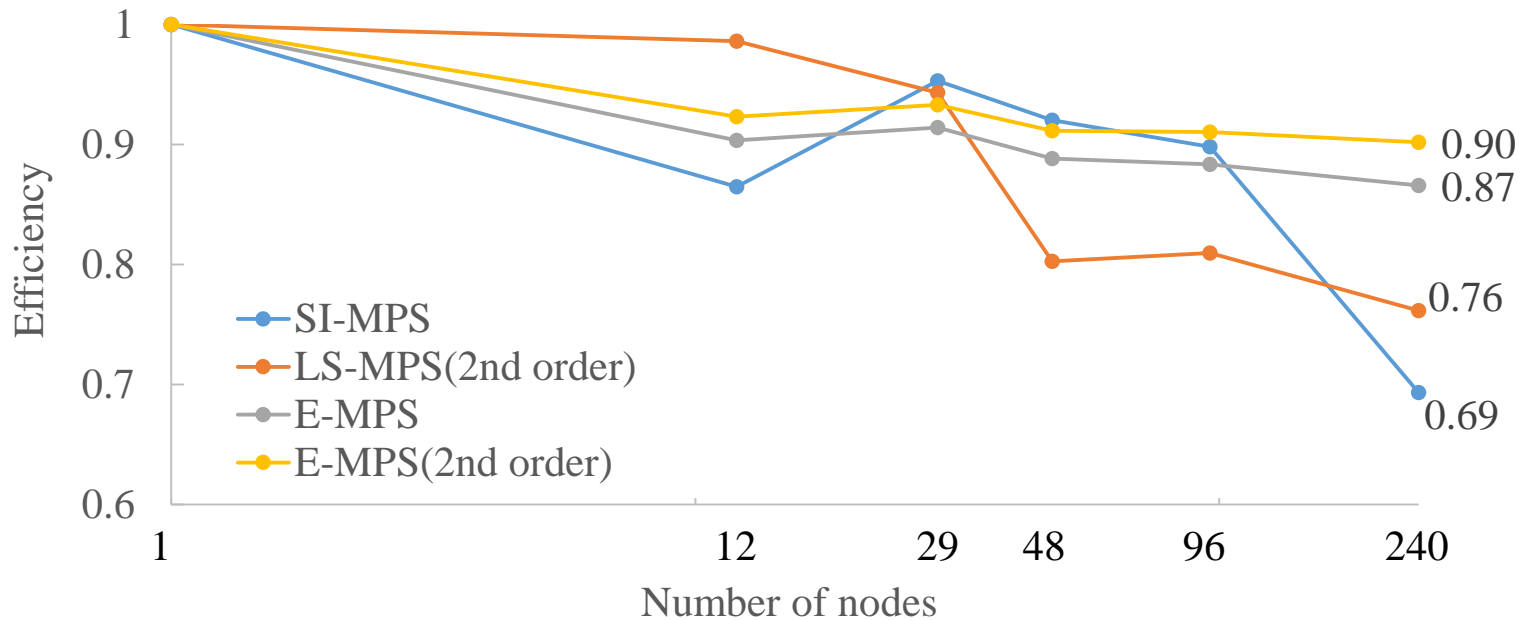
Diameter of particle		2.00.E-02	1.00.E-02	5.00.E-03	2.81.E-03	2.00.E-03	1.31.E-03	1.00.E-03	8.42.E-04	6.73.E-04	5.00.E-04
# of particles (DOF)		64	6,859	117,649	851,402	2,685,619	10,216,823	24,137,569	40,867,294	81,734,588	204,336,469
MPS	relative error	3.25E-01	8.66E-01	1.29E+00	1.51E+00	1.57E+00	1.71E+00	1.76E+00	1.78E+00	1.80E+00	1.83E+00
	# of iterations	12	48	128	246	283	511	649	749	983	1249
LSMPS	relative error	1.19E-03	9.95E-04	3.90E-04	1.47E-04	1.21E-04	3.64E-05	2.19E-05	1.58E-05	1.05E-05	6.20E-06
	# of iterations	11	43	111	196	226	482	682	720	859	1131

# The number of iterations of Poisson equation



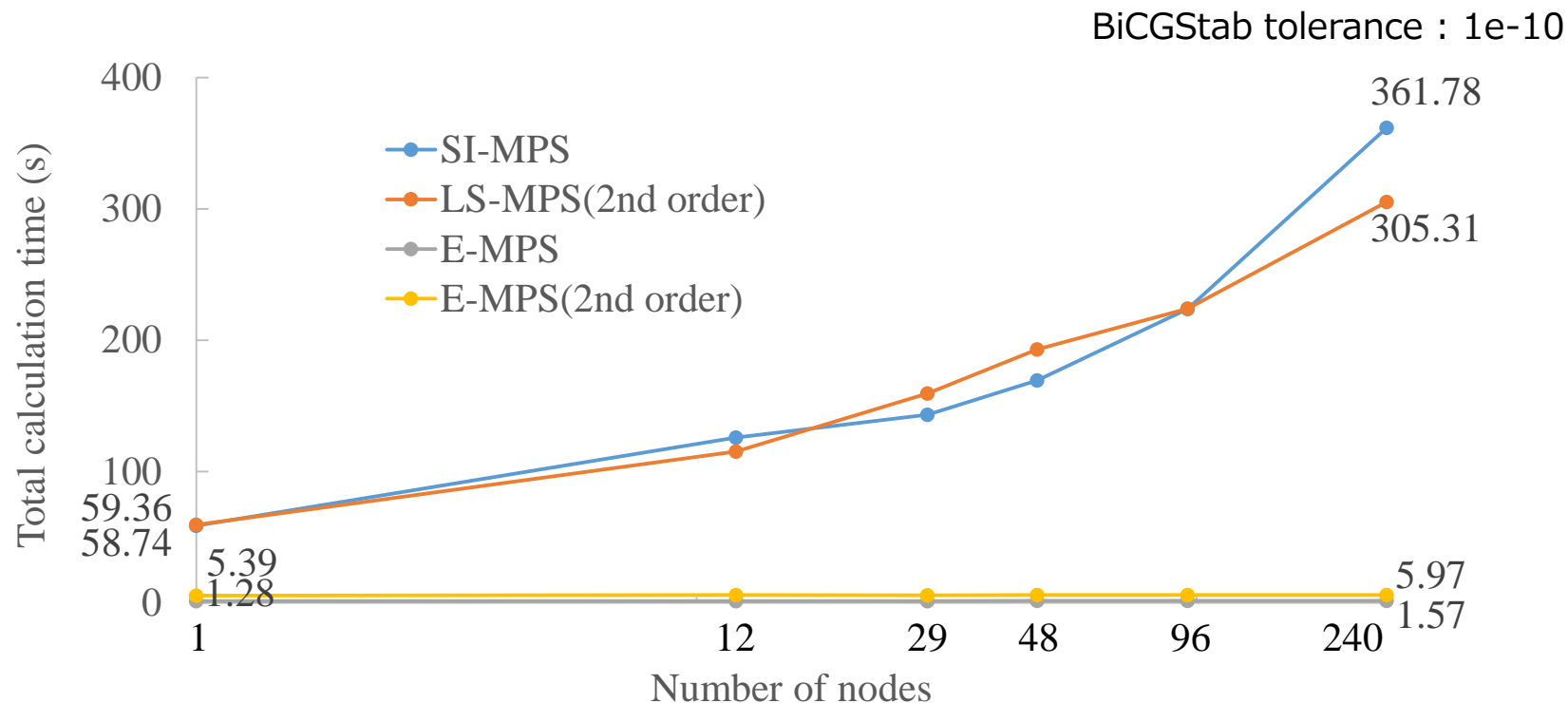
Diameter of particle	2.00.E-02	1.00.E-02	5.00.E-03	2.81.E-03	2.00.E-03	1.31.E-03	1.00.E-03	8.42.E-04	6.73.E-04	5.00.E-04	
# of particles (DOF)	64	6,859	117,649	851,402	2,685,619	10,216,823	24,137,569	40,867,294	81,734,588	204,336,469	
MPS	relative error	3.25E-01	8.66E-01	1.29E+00	1.51E+00	1.57E+00	1.71E+00	1.76E+00	1.78E+00	1.80E+00	1.83E+00
	# of iterations	12	48	128	246	283	511	649	749	983	1249
LSMPS	relative error	1.19E-03	9.95E-04	3.90E-04	1.47E-04	1.21E-04	3.64E-05	2.19E-05	1.58E-05	1.05E-05	6.20E-06
	# of iterations	11	43	111	196	226	482	682	720	859	1131

# Efficiency (Weak scaling) $= \frac{T_1}{T_n}$



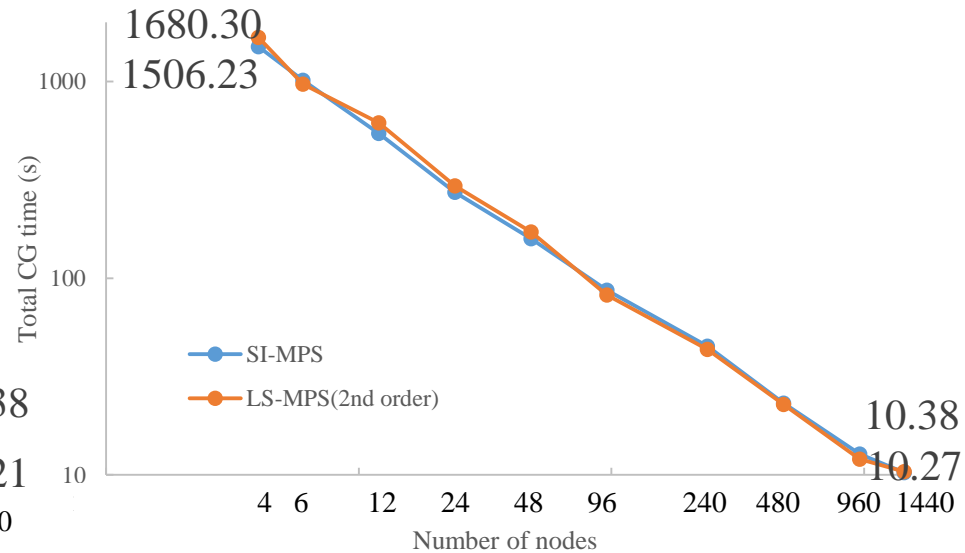
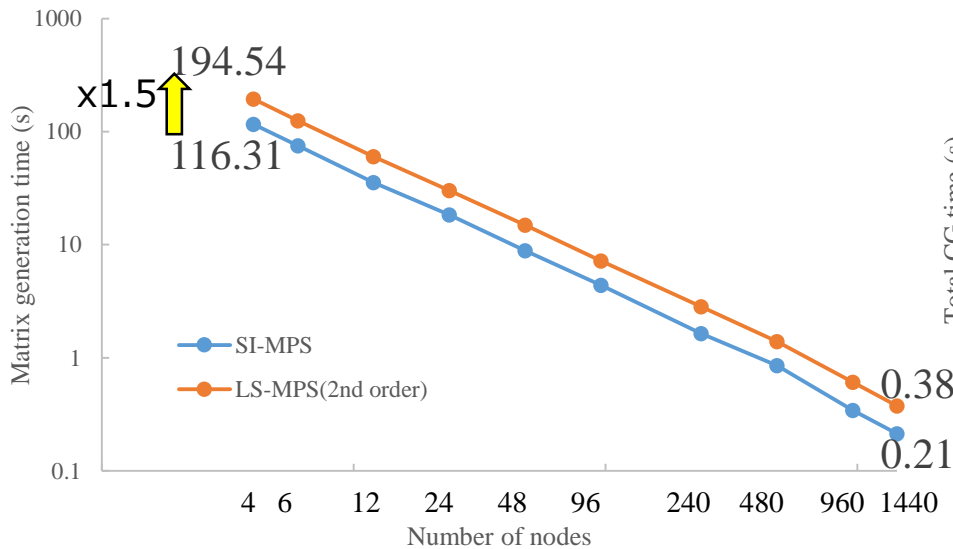
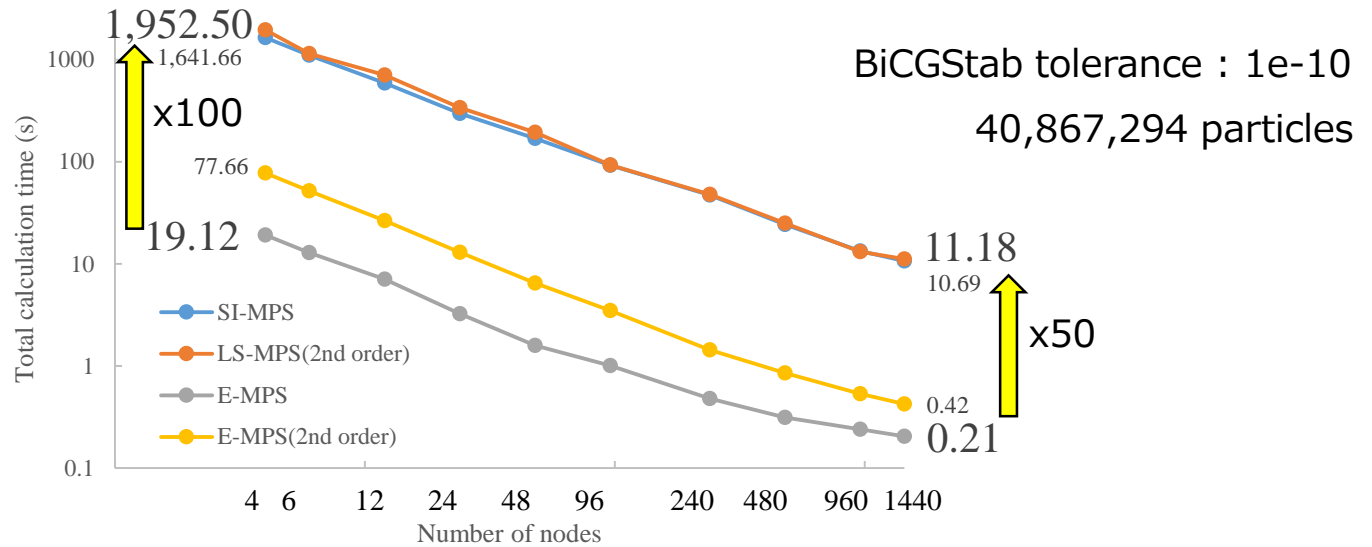
# of nodes	1	12	29	48	96	240
Diameter of particle	2.81.E-03	1.31.E-03	1.00.E-03	8.42.E-04	6.73.E-04	5.00.E-04
# of particles (DOF)	851,402	10,216,823	24,137,569	40,867,294	81,734,588	204,336,469
SI-MPS	1.00	0.86	0.95	0.92	0.90	0.69
LS-MPS (2nd order)	1.00	0.99	0.94	0.80	0.81	0.76
E-MPS	1.00	0.90	0.91	0.89	0.88	0.87
E-MPS (2nd order)	1.00	0.92	0.93	0.91	0.91	0.90

# 計算時間の比較 (Weak scaling)

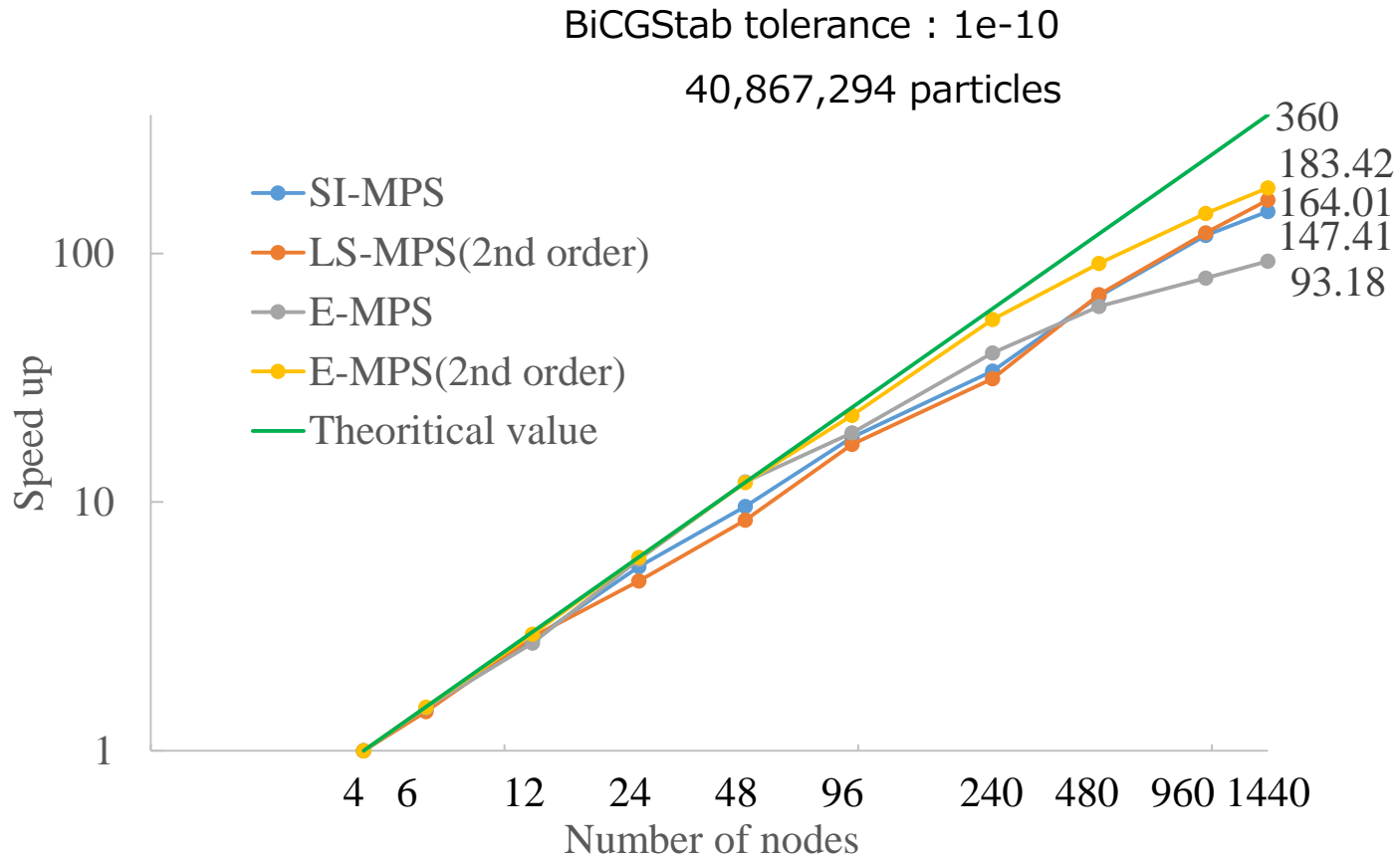


# of nodes	1	12	29	48	96	240
Diameter of particle	2.81.E-03	1.31.E-03	1.00.E-03	8.42.E-04	6.73.E-04	5.00.E-04
# of particles (DOF)	851,402	10,216,823	24,137,569	40,867,294	81,734,588	204,336,469
SI-MPS	58.74	125.88	143.10	169.29	223.71	361.78
LS-MPS (2nd order)	59.36	115.21	159.53	193.04	224.05	305.31
E-MPS	1.28	1.42	1.40	1.44	1.45	1.57
E-MPS (2nd order)	5.39	5.84	5.77	5.91	5.92	5.97

# 計算時間の比較 (Strong Scaling)



# Speed up (Strong Scaling) = $\frac{T_4}{T_n}$



# Future work

## ■ 物理モデル

- 浮遊物の動弾性解析
- 浮遊物の地上構造物への衝突解析
- 水圧と衝突による地上構造物の破壊解析

## ■ 高速計算

- ポアソン方程式の反復法の検討
- GPU & MIC対応

---

Thank for your attention

---